3. КЛАСИЧНЕ ОЗНАЧЕННЯ ЙМОВІРНОСТІ

3.1. Навмання вибирають одну цифру. Знайти ймовірність того, що вибрана цифра менша за 3.

▶

$$\Omega = \{0,\,1,\,2,\,\ldots,\,9\}; \quad A = \{0,\,1,\,2\}; \quad P(A) = \frac{N(A)}{N(\Omega)} = \frac{3}{10}\,. \quad \square$$

3.2. Вибирають навмання 4 різних цифри від 1 до 9. Яка ймовірність, що серед вибраних цифр — 2 парні і 2 непарні?

▶

$N(\Omega) = C_9^4 = 126$. Згідно з правилом добутку $N(A) = C_4^2 C_5^2 = 60$; $P(A) = \frac{60}{126} = \frac{10}{21}$. $\square$

3.3. Набираючи телефонний номер, абонент забув 2 останні цифри і набрав їх навмання, пам'ятаючи лише, що вони непарні і різні. Яка ймовірність, що номер набраний правильно?

▶

$$N(\Omega) = A_5^2 = \frac{5!}{3!} = 20; \quad N(A) = 1; \quad P(A) = \frac{1}{20}\,. \quad \square$$

3.5. У скриньці 10 куль: 3 білих і 7 чорних.

1) Навмання витягають одну кулю. Яка ймовірність, що ця куля а) біла? б) чорна?

2) Яка ймовірність, що витягнуті навмання дві кулі — чорні?

3) Яка ймовірність, що серед п'яти витягнутих куль 3 чорні?

▶

1) Пронумеруємо кулі: $1, 2, 3$ — білі; $4, 5, \ldots,10$ — чорні. Позначимо: подія A — "витягнули білу кулю"; подія B — "витягнули чорну кулю". Тоді $N(\Omega) = 10$, $N(A) = 3$, $N(B) = 7$, $P(A) = 3/10$, $P(B) = 7/10$.

2) Подія C — "витягнуті навмання 2 кулі — чорні". Тоді $N(\Omega) = C_{10}^2 = 45$, $N(C) = C_7^2 = 21$, $P(C) = \frac{21}{45} = \frac{7}{15}$.

3) Подія D — "серед 5-ти витягнутих куль — 3 чорні". Тоді $N(\Omega) = C_{10}^5 = 252$, $N(D) = C_7^3 C_3^2 = 105$, $P(D) = \frac{105}{252} = \frac{5}{12}$. $\square$

3.6. Кубик кидають 3 рази.

1) Яка ймовірність, що "шістка" випаде лише 1 раз?

2) Яка ймовірність випадання двох "шісток"?

3) Яка ймовірність випадання трьох "шісток"?

4) Яка ймовірність випадання хоча б одної "шістки"?

5) Яка ймовірність випадання одної "шістки" і одної "трійки"?

▶

1) Позначимо: $A_1=${випала одна "шістка"}.

$$\Omega=\{(m,n,k):\ m,n,k=\overline{1,6}\,\}\Longrightarrow N(\Omega)=\overline{A_6^3}=6^3=216;$$
$$A_1=\{(6,m,n),\,(m,6,n),\,(m,n,6):\ m,n=\overline{1,5}\,\}\Longrightarrow N(A_1)=3\cdot\overline{A_5^2}=75;$$
$$P(A_1)=\frac{75}{216}=\frac{25}{72}\,.$$

2) Позначимо: $A_2=${випало дві "шістки"}.

$$A_2=\{(6,6,m),\,(6,m,6),\,(m,6,6):\ m=\overline{1,5}\,\}\Longrightarrow N(A_2)=3\cdot 5=15;$$
$$P(A_2)=\frac{15}{216}=\frac{5}{72}\,.$$

3) Позначимо: $A_3=${випало три "шістки"}.

$$A_3=\{(6,6,6)\,\}\Longrightarrow N(A_3)=1;\quad P(A_3)=\frac{1}{216}\,.$$

4) Позначимо: $A=${випала хоча б одна "шістка"}.

I спосіб. Оскільки $A=A_1+A_2+A_3$, і множини A_1, A_2, A_3 не мають спільних елементів, то згідно з правилом суми $N(A)=N(A_1)+N(A_2)+$ $+N(A_3)=75+15+1=91\implies P(A)=91/216$.

II спосіб. Розглянемо подію $\overline{A}=\{$ не випало жодної "шістки"$\}$ і знайдемо її ймовірність.

$$\overline{A}=\{(m,n,k):\ m,n,k=\overline{1,5}\,\}\Longrightarrow N(\overline{A})=\overline{A_5^3}=5^3=125;$$
$$P(\overline{A})=\frac{125}{216}\Longrightarrow P(A)=1-P(\overline{A})=1-\frac{125}{216}=\frac{91}{216}\,.$$

5) Позначимо: $B=${випала одна "шістка" і одна "трійка"}.

$$B=\{\,(3,6,m),\,(6,3,m),\,(3,m,6),\ldots;\,m=1,2,4,5\,\}\Longrightarrow$$
$$N(B)=4\cdot P_3=4\cdot 3!=24;\qquad P(B)=\frac{24}{216}=\frac{1}{9}\,.\quad\square$$