4. ГЕОМЕТРИЧНІ ЙМОВІРНОСТІ

3.14. Стержень довжиною l навмання розламали на 2 частини. Знайти ймовірність того, що довжина меншої частини не більша за $l/3$.

►

$$\Omega = \{\, x \in (0,\, l) \,\}; \quad A = \{\, x \in (0,\, l/3) \cup (2l/3,\, l) \,\} \Longrightarrow \mu(\Omega) = l; \quad \mu(A) = 2l/3;$$
$$P(A) = \frac{\mu(A)}{\mu(\Omega)} = \frac{2}{3}\,. \quad \square$$

3.17. Два пароплави повинні підійти для розвантаження до одного і того самого причалу. Їх поява біля причалу — незалежні випадкові події, рівноможливі протягом доби. Час розвантаження кожного пароплава — 1 год. Знайти ймовірність того, що одному з пароплавів доведеться чекати звільнення причалу.

►

Нехай x, *год* — час розвантаження I пароплава; y, *год* — час розвантаження II пароплава. Тоді

$$\Omega = \{\, (x,y) :\, x, y \in [0,\, 24) \,\}; \quad A = \{\, (x,y) \in \Omega :\, x-1 \le y \le x+1 \,\} \Longrightarrow$$
$$\mu(\Omega) = 24^2 = 576; \quad \mu(A) = 24^2 - 23^2 = 47; \quad P(A) = \frac{\mu(A)}{\mu(\Omega)} = \frac{47}{576}\,. \quad \square$$

3.18. На відрізку довжини l навмання вибирають дві точки. Знайти ймовірність того, що з трьох одержаних відрізків можна побудувати трикутник.

►

Позначимо через x відстань від початку відрізка до першої точки, а через y — відстань від кінця відрізка до другої точки. Довжини трьох утворених відрізків рівні x, $l-x-y$ і y. Щоб точки не зливалися в одну, має виконуватись умова $x+y<l$. З геометрії відомо, що довжина кожної сторони трикутника менша від суми довжин двох інших сторін. Розв'язуючи нерівності

$$x < y + (l-x-y); \qquad l-x-y < x+y; \qquad y < x + (l-x-y),$$

одержимо умови

$$x < l/2; \qquad x+y > l/2; \qquad y < l/2.$$

Отже,

$$\Omega = \{\, (x,y) :\, x>0,\, y>0,\, x+y<l \,\};$$
$$A = \{\, (x,y) \in \Omega :\, 0<x<l/2;\, 0<y<l/2;\, x+y>l/2 \,\} \Longrightarrow$$
$$\mu(\Omega) = 4\mu(A); \qquad P(A) = 1/4. \quad \square$$