Варіант 1

Для кожної задачі необхідно описати хід розв'язування.

1. На полицях книжкової шафи є 4 книги економічного спрямування і одна фізико-математичного. Студент навмання взяв 2 книги. Яка ймовірність того, що: 1) ці 2 книги економічного спрямування; 2) одна з них фізико-математична. Відповідь записати у вигляді звичайного дробу.

2. З цифр "4", "7", "9" складають одноцифрові, двоцифрові та трицифрові числа. Яка ймовірність, що навмання вибране з усіх складених чисел число є одноцифровим. Відповідь записати у вигляді звичайного дробу.

3. Студент носить з собою дві коробки сірників, в кожній з яких спочатку є 5 сірників. Кожен раз, коли він хоче дістати сірник, він вибирає одну з коробок навмання. Знайти ймовірність того, що коли він вперше витягне порожню коробку, в іншій коробці виявиться 5 сірників. Відповідь записати у вигляді звичайного дробу.

4. Випадкова величина X рівномірно розподілена на проміжку $[2, 12]$. Знайти $P\{X \in [2,4]\}$.

5. Випадкова величина X розподілена нормально з математичним сподіванням a=1. Імовірність потрапляння X в інтервал (0; 1) дорівнює 0,45. Знайти ймовірність потрапляння X в інтервал (1; 2).

6. Щільність розподілу ймовірностей випадкової величини X має вигляд

$$p_X(x) = \begin{cases} k\,x, & x \in [0;\,9]; \\ 0, & x \notin [0;\,9]. \end{cases}$$

Випадкова величина Y зв'язана з X функціональною залежністю $Y = \dfrac{X^2}{81}$.

Знайти:

1) константу k;

2) функцію розподілу і щільність розподілу ймовірностей випадкової величини Y;

3) математичне сподівання і дисперсію випадкової величини Y, використовуючи вигляд її розподілу.

7. Задана функція розподілу випадкового вектора (X,Y)

$$F(x,y) = \frac{xy}{100^2},\ \ 0 \le x \le 100,\ \ 0 \le y \le 100.$$

Знайти ймовірність потрапляння випадкової точки (X,Y) в прямокутник, обмежений прямими

$$x = 10, \quad x = 20, \quad y = 30, \quad y = 50.$$

8. Закон розподілу випадкового вектора (X,Y) заданий в таблиці:

X	Y		
	2	3	5
1	0,2	p	0,2
4	0,1	0,3	0,1

Знайти значення p і закони розподілу випадкових величин X і Y.

9. Здійснюються два постріли по мішені. Для кожного пострілу ймовірність влучання p=0,9, а ймовірність невлучання $q = 1 - p$. Випадкова величина X – кількість влучань при першому пострілі, випадкова величина Y – кількість невлучань при другому пострілі. Знайти закон розподілу випадкового вектора (X, Y).

10. Двовимірна випадкова величина (X, Y) має щільність розподілу

$$p(x, y) = \begin{cases} a(x + y), & (x, y) \in D; \\ 0, & (x, y) \notin D. \end{cases}$$

Область D – трикутник, обмежений прямими $x + y - 10 = 0$, $x = 0$, $y = 0$. Знайти коефіцієнт a. Відповідь записати у вигляді звичайного дробу.

11. Закон розподілу двовимірної випадкової величини (X, Y) заданий таблицею:

X	Y		
	2	3	5
-1	0,075	0,1	0,075
1	0,225	0,3	0,225

Перевірити, чи є залежними випадкові величини X і Y.

12. Щільність розподілу двовимірної випадкової величини (X, Y) задана у вигляді:

$$p(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{2}, & (x, y) \in D; \\ 0, & (x, y) \notin D; \end{cases}$$

де область $D = \{(x, y):\ 0 \le x \le 1,\ 0 \le y \le 2\}$. Перевірити, чи є залежними випадкові величини X і Y.

13. Двовимірна випадкова величина (X, Y) рівномірно розподілена в прямокутнику $D = \{(x, y):\ 0 \le x \le 1,\ 0 \le y \le 2\}$, тобто

$$p(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{S}, & (x, y) \in D; \\ 0, & (x, y) \notin D; \end{cases}$$

S – площа D. Знайти $E(X)$, $E(Y)$, $D(X)$, $D(Y)$, $p_X(x)$, $p_Y(y)$, $\mathrm{cov}(X, Y)$, $\rho(X, Y)$.

14. Випадкова величина X рівномірно розподілена на проміжку $[-1; 3]$, а випадкова величина Y розподілена нормально з параметрами $a = 0$, $\sigma = \sqrt{0{,}03}$. Відомо, що коефіцієнт кореляції $\rho(X, Y) = 0{,}1$. Знайти $E(XY)$.

15. Знайти щільність розподілу випадкової величини $Y = X + 2$, якщо відома щільність розподілу $p_X(x)$ випадкової величини X:

$$p_X(x) = \begin{cases} e^{-x}, & x > 0; \\ 0, & x \le 0. \end{cases}$$

Варіант 2

Для кожної задачі необхідно описати хід розв'язування.

1. На полицях книжкової шафи є 5 книг економічного спрямування і одна фізико-математичного. Студент навмання взяв 2 книги. Яка ймовірність того, що: 1) ці 2 книги економічного спрямування; 2) одна з них фізико-математична. Відповідь записати у вигляді звичайного дробу.

2. З цифр "3", "6", "8" складають одноцифрові, двоцифрові та трицифрові числа. Яка ймовірність, що навмання вибране з усіх складених чисел число є двоцифровим. Відповідь записати у вигляді звичайного дробу.

3. Студент носить з собою дві коробки сірників, в кожній з яких спочатку є 5 сірників. Кожен раз, коли він хоче дістати сірник, він вибирає одну з коробок навмання. Знайти ймовірність того, що коли він вперше витягне порожню коробку, в іншій коробці виявиться 4 сірники. Відповідь записати у вигляді звичайного дробу.

4. Випадкова величина X рівномірно розподілена на проміжку [3, 13]. Знайти $P\{X \in [4,6]\}$.

5. Випадкова величина X розподілена нормально з математичним сподіванням a=2. Імовірність потрапляння X в інтервал (0; 2) дорівнює 0,4. Знайти ймовірність потрапляння X в інтервал (2; 4).

6. Щільність розподілу ймовірностей випадкової величини X має вигляд

$$p_X(x) = \begin{cases} k\,x, & x \in [0;\,8]; \\ 0, & x \notin [0;\,8]. \end{cases}$$

Випадкова величина Y зв'язана з X функціональною залежністю $Y = \dfrac{X^2}{64}$.

Знайти:

1) константу k;

2) функцію розподілу і щільність розподілу ймовірностей випадкової величини Y;

3) математичне сподівання і дисперсію випадкової величини Y, використовуючи вигляд її розподілу.

7. Задана функція розподілу випадкового вектора (X, Y)

$$F(x, y) = \frac{xy}{90^2}, \;\; 0 \le x \le 90, \;\; 0 \le y \le 90.$$

Знайти ймовірність потрапляння випадкової точки (X, Y) в прямокутник, обмежений прямими

$$x = 9, \quad x = 18, \quad y = 27, \quad y = 45.$$

8. Закон розподілу випадкового вектора (X, Y) заданий в таблиці:

X	Y		
	3	4	6
2	0,2	p	0,2
5	0,1	0,3	0,1

Знайти значення p і закони розподілу випадкових величин X і Y.

9. Здійснюються два постріли по мішені. Для кожного пострілу ймовірність влучання p=0,8, а ймовірність невлучання $q=1-p$. Випадкова величина X – кількість влучань при першому пострілі, випадкова величина Y – кількість невлучань при другому пострілі. Знайти закон розподілу випадкового вектора (X,Y).

10. Двовимірна випадкова величина (X,Y) має щільність розподілу

$$p(x,y)=\begin{cases} a(x+y), & (x,y)\in D; \\ 0, & (x,y)\notin D. \end{cases}$$

Область D – трикутник, обмежений прямими $x+y-9=0$, $x=0$, $y=0$. Знайти коефіцієнт a. Відповідь записати у вигляді звичайного дробу.

11. Закон розподілу двовимірної випадкової величини (X,Y) заданий таблицею:

X	Y		
	2	3	5
-1	0,072	0,096	0,072
1	0,228	0,304	0,228

Перевірити, чи є залежними випадкові величини X і Y.

12. Щільність розподілу двовимірної випадкової величини (X,Y) задана у вигляді:

$$p(x,y)=\begin{cases} \frac{1}{6}, & (x,y)\in D; \\ 0, & (x,y)\notin D; \end{cases}$$

де область $D=\{(x,y):\ 0\le x\le 2,\ 0\le y\le 3\}$. Перевірити, чи є залежними випадкові величини X і Y.

13. Двовимірна випадкова величина (X,Y) рівномірно розподілена в прямокутнику $D=\{(x,y):\ 0\le x\le 2,\ 0\le y\le 3\}$, тобто

$$p(x,y)=\begin{cases} \frac{1}{S}, & (x,y)\in D; \\ 0, & (x,y)\notin D; \end{cases}$$

S – площа D. Знайти $E(X)$, $E(Y)$, $D(X)$, $D(Y)$, $p_X(x)$, $p_Y(y)$, $\mathrm{cov}(X,Y)$, $\rho(X,Y)$.

14. Випадкова величина X рівномірно розподілена на проміжку $[-2;4]$, а випадкова величина Y розподілена нормально з параметрами $a=0$, $\sigma=\sqrt{0,03}$. Відомо, що коефіцієнт кореляції $\rho(X,Y)=0,1$. Знайти $E(XY)$.

15. Знайти щільність розподілу випадкової величини $Y=2X+3$, якщо відома щільність розподілу $p_X(x)$ випадкової величини X:

$$p_X(x)=\begin{cases} e^{-x}, & x>0; \\ 0, & x\le 0. \end{cases}$$

Варіант 3

Для кожної задачі необхідно описати хід розв'язування.

1. На полицях книжкової шафи є 6 книг економічного спрямування і одна фізико-математичного. Студент навмання взяв 2 книги. Яка ймовірність того, що: 1) ці 2 книги економічного спрямування; 2) одна з них фізико-математична. Відповідь записати у вигляді звичайного дробу.

2. З цифр "5", "6", "7" складають одноцифрові, двоцифрові та трицифрові числа. Яка ймовірність, що навмання вибране з усіх складених чисел число є трицифровим. Відповідь записати у вигляді звичайного дробу.

3. Студент носить з собою дві коробки сірників, в кожній з яких спочатку є 6 сірників. Кожен раз, коли він хоче дістати сірник, він вибирає одну з коробок навмання. Знайти ймовірність того, що коли він вперше витягне порожню коробку, в іншій коробці виявиться 6 сірників. Відповідь записати у вигляді звичайного дробу.

4. Випадкова величина X рівномірно розподілена на проміжку [4, 14]. Знайти $P\{X \in [6,8]\}$.

5. Випадкова величина X розподілена нормально з математичним сподіванням a=3. Імовірність потрапляння X в інтервал (0; 3) дорівнює 0,35. Знайти ймовірність потрапляння X в інтервал (3; 6).

6. Щільність розподілу ймовірностей випадкової величини X має вигляд

$$p_X(x) = \begin{cases} k\,x, & x \in [0;\,7]; \\ 0, & x \notin [0;\,7]. \end{cases}$$

Випадкова величина Y зв'язана з X функціональною залежністю $Y = \dfrac{X^2}{49}$.

Знайти:

1) константу k;

2) функцію розподілу і щільність розподілу ймовірностей випадкової величини Y;

3) математичне сподівання і дисперсію випадкової величини Y, використовуючи вигляд її розподілу.

7. Задана функція розподілу випадкового вектора (X,Y)

$$F(x,y) = \frac{xy}{80^2},\ \ 0 \le x \le 80,\ \ 0 \le y \le 80.$$

Знайти ймовірність потрапляння випадкової точки (X,Y) в прямокутник, обмежений прямими

$$x = 8,\quad x = 16,\quad y = 24,\quad y = 40.$$

8. Закон розподілу випадкового вектора (X,Y) заданий в таблиці:

X	Y		
	4	5	7
3	0,2	p	0,2
6	0,1	0,3	0,1

Знайти значення p і закони розподілу випадкових величин X і Y.

9. Здійснюються два постріли по мішені. Для кожного пострілу ймовірність влучання p=0,7, а ймовірність невлучання $q=1-p$. Випадкова величина X – кількість влучань при першому пострілі, випадкова величина Y – кількість невлучань при другому пострілі. Знайти закон розподілу випадкового вектора (X,Y).

10. Двовимірна випадкова величина (X,Y) має щільність розподілу

$$p(x,y)=\begin{cases} a(x+y), & (x,y)\in D; \\ 0, & (x,y)\notin D. \end{cases}$$

Область D – трикутник, обмежений прямими $x+y-8=0,\ x=0,\ y=0$. Знайти коефіцієнт a. Відповідь записати у вигляді звичайного дробу.

11. Закон розподілу двовимірної випадкової величини (X,Y) заданий таблицею:

X	Y		
	2	3	5
-1	0,069	0,092	0,069
1	0,231	0,308	0,231

Перевірити, чи є залежними випадкові величини X і Y.

12. Щільність розподілу двовимірної випадкової величини (X,Y) задана у вигляді:

$$p(x,y)=\begin{cases} \dfrac{1}{12}, & (x,y)\in D; \\ 0, & (x,y)\notin D; \end{cases}$$

де область $D=\{(x,y): 0\le x\le 3,\ 0\le y\le 4\}$. Перевірити, чи є залежними випадкові величини X і Y.

13. Двовимірна випадкова величина (X,Y) рівномірно розподілена в прямокутнику $D=\{(x,y):\ 0\le x\le 3,\ 0\le y\le 4\}$, тобто

$$p(x,y)=\begin{cases} \dfrac{1}{S}, & (x,y)\in D; \\ 0, & (x,y)\notin D; \end{cases}$$

S – площа D. Знайти $E(X),\ E(Y),\ D(X),\ D(Y),\ p_X(x),\ p_Y(y),\ \operatorname{cov}(X,Y),\ \rho(X,Y)$.

14. Випадкова величина X рівномірно розподілена на проміжку $[-3;5]$, а випадкова величина Y розподілена нормально з параметрами $a=0,\ \sigma=\sqrt{0,03}$. Відомо, що коефіцієнт кореляції $\rho(X,Y)=0,1$. Знайти $E(XY)$.

15. Знайти щільність розподілу випадкової величини $Y=3X+4$, якщо відома щільність розподілу $p_X(x)$ випадкової величини X:

$$p_X(x)=\begin{cases} e^{-x}, & x>0; \\ 0, & x\le 0. \end{cases}$$

Варіант 4

Для кожної задачі необхідно описати хід розв'язування.

1. На полицях книжкової шафи є 7 книг економічного спрямування і одна фізико-математичного. Студент навмання взяв 2 книги. Яка ймовірність того, що: 1) ці 2 книги економічного спрямування; 2) одна з них фізико-математична. Відповідь записати у вигляді звичайного дробу.

2. З цифр "1", "7", "9" складають одноцифрові, двоцифрові та трицифрові числа. Яка ймовірність, що навмання вибране з усіх складених чисел число є двоцифровим з різними цифрами. Відповідь записати у вигляді звичайного дробу.

3. Студент носить з собою дві коробки сірників, в кожній з яких спочатку є 6 сірників. Кожен раз, коли він хоче дістати сірник, він вибирає одну з коробок навмання. Знайти ймовірність того, що коли він вперше витягне порожню коробку, в іншій коробці виявиться 5 сірників. Відповідь записати у вигляді звичайного дробу.

4. Випадкова величина X рівномірно розподілена на проміжку [5, 15]. Знайти $P\{X \in [8,10]\}$.

5. Випадкова величина X розподілена нормально з математичним сподіванням a=4. Імовірність потрапляння X в інтервал (0; 4) дорівнює 0,3. Знайти ймовірність потрапляння X в інтервал (4; 8).

6. Щільність розподілу ймовірностей випадкової величини X має вигляд

$$p_X(x) = \begin{cases} kx, & x \in [0;\, 6]; \\ 0, & x \notin [0;\, 6]. \end{cases}$$

Випадкова величина Y зв'язана з X функціональною залежністю $Y = \dfrac{X^2}{36}$.

Знайти:

1) константу k;

2) функцію розподілу і щільність розподілу ймовірностей випадкової величини Y;

3) математичне сподівання і дисперсію випадкової величини Y, використовуючи вигляд її розподілу.

7. Задана функція розподілу випадкового вектора (X, Y)

$$F(x, y) = \frac{xy}{70^2}, \;\; 0 \le x \le 70, \;\; 0 \le y \le 70.$$

Знайти ймовірність потрапляння випадкової точки (X, Y) в прямокутник, обмежений прямими

$$x = 7, \quad x = 14, \quad y = 21, \quad y = 35.$$

8. Закон розподілу випадкового вектора (X, Y) заданий в таблиці:

X	Y		
	5	6	8
4	0,2	p	0,2
7	0,1	0,3	0,1

Знайти значення p і закони розподілу випадкових величин X і Y.

9. Здійснюються два постріли по мішені. Для кожного пострілу ймовірність влучання p=0,6, а ймовірність невлучання $q=1-p$. Випадкова величина X – кількість влучань при першому пострілі, випадкова величина Y – кількість невлучань при другому пострілі. Знайти закон розподілу випадкового вектора (X,Y).

10. Двовимірна випадкова величина (X,Y) має щільність розподілу

$$p(x,y)=\begin{cases} a(x+y), & (x,y)\in D; \\ 0, & (x,y)\notin D. \end{cases}$$

Область D – трикутник, обмежений прямими $x+y-7=0,\ x=0,\ y=0$. Знайти коефіцієнт a. Відповідь записати у вигляді звичайного дробу.

11. Закон розподілу двовимірної випадкової величини (X,Y) заданий таблицею:

X	Y		
	2	3	5
-1	0,066	0,088	0,066
1	0,234	0,312	0,234

Перевірити, чи є залежними випадкові величини X і Y.

12. Щільність розподілу двовимірної випадкової величини (X,Y) задана у вигляді:

$$p(x,y)=\begin{cases} \dfrac{1}{20}, & (x,y)\in D; \\ 0, & (x,y)\notin D; \end{cases}$$

де область $D=\{(x,y):\ 0\le x\le 4,\ 0\le y\le 5\}$. Перевірити, чи є залежними випадкові величини X і Y.

13. Двовимірна випадкова величина (X,Y) рівномірно розподілена в прямокутнику $D=\{(x,y):\ 0\le x\le 4,\ 0\le y\le 5\}$, тобто

$$p(x,y)=\begin{cases} \dfrac{1}{S}, & (x,y)\in D; \\ 0, & (x,y)\notin D; \end{cases}$$

S – площа D. Знайти $E(X),\ E(Y),\ D(X),\ D(Y),\ p_X(x),\ p_Y(y),\ \mathrm{cov}(X,Y),\ \rho(X,Y)$.

14. Випадкова величина X рівномірно розподілена на проміжку $[-4;6]$, а випадкова величина Y розподілена нормально з параметрами $a=0,\ \sigma=\sqrt{0,03}$. Відомо, що коефіцієнт кореляції $\rho(X,Y)=0,1$. Знайти $E(XY)$.

15. Знайти щільність розподілу випадкової величини $Y=4X+5$, якщо відома щільність розподілу $p_X(x)$ випадкової величини X:

$$p_X(x)=\begin{cases} e^{-x}, & x>0; \\ 0, & x\le 0. \end{cases}$$

Варіант 5

Для кожної задачі необхідно описати хід розв'язування.

1. На полицях книжкової шафи є 8 книг економічного спрямування і одна фізико-математичного. Студент навмання взяв 2 книги. Яка ймовірність того, що: 1) ці 2 книги економічного спрямування; 2) одна з них фізико-математична. Відповідь записати у вигляді звичайного дробу.

2. З цифр "2", "5", "8" складають одноцифрові, двоцифрові та трицифрові числа. Яка ймовірність, що навмання вибране з усіх складених чисел число є трицифровим з різними цифрами. Відповідь записати у вигляді звичайного дробу.

3. Студент носить з собою дві коробки сірників, в кожній з яких спочатку є 7 сірників. Кожен раз, коли він хоче дістати сірник, він вибирає одну з коробок навмання. Знайти ймовірність того, що коли він вперше витягне порожню коробку, в іншій коробці виявиться 7 сірників. Відповідь записати у вигляді звичайного дробу.

4. Випадкова величина X рівномірно розподілена на проміжку [6, 16]. Знайти $P\{X \in [10,12]\}$.

5. Випадкова величина X розподілена нормально з математичним сподіванням a=5. Імовірність потрапляння X в інтервал (0; 5) дорівнює 0,25. Знайти ймовірність потрапляння X в інтервал (5; 10).

6. Щільність розподілу ймовірностей випадкової величини X має вигляд

$$p_X(x) = \begin{cases} k\,x, & x \in [0;\,5]; \\ 0, & x \notin [0;\,5]. \end{cases}$$

Випадкова величина Y зв'язана з X функціональною залежністю $Y = \dfrac{X^2}{25}$.

Знайти:

1) константу k;

2) функцію розподілу і щільність розподілу ймовірностей випадкової величини Y;

3) математичне сподівання і дисперсію випадкової величини Y, використовуючи вигляд її розподілу.

7. Задана функція розподілу випадкового вектора (X,Y)

$$F(x,y) = \frac{xy}{60^2},\ \ 0 \le x \le 60,\ \ 0 \le y \le 60.$$

Знайти ймовірність потрапляння випадкової точки (X,Y) в прямокутник, обмежений прямими

$$x = 6, \quad x = 12, \quad y = 18, \quad y = 30.$$

8. Закон розподілу випадкового вектора (X,Y) заданий в таблиці:

X	Y		
	6	7	9
5	0,2	p	0,2
8	0,1	0,3	0,1

Знайти значення p і закони розподілу випадкових величин X і Y.

9. Здійснюються два постріли по мішені. Для кожного пострілу ймовірність влучання p=0,4, а ймовірність невлучання $q=1-p$. Випадкова величина X – кількість влучань при першому пострілі, випадкова величина Y – кількість невлучань при другому пострілі. Знайти закон розподілу випадкового вектора (X,Y).

10. Двовимірна випадкова величина (X,Y) має щільність розподілу

$$p(x,y)=\begin{cases} a(x+y), & (x,y)\in D; \\ 0, & (x,y)\notin D. \end{cases}$$

Область D – трикутник, обмежений прямими $x+y-6=0$, $x=0$, $y=0$. Знайти коефіцієнт a. Відповідь записати у вигляді звичайного дробу.

11. Закон розподілу двовимірної випадкової величини (X,Y) заданий таблицею:

X	Y		
	2	3	5
-1	0,063	0,084	0,063
1	0,237	0,316	0,237

Перевірити, чи є залежними випадкові величини X і Y.

12. Щільність розподілу двовимірної випадкової величини (X,Y) задана у вигляді:

$$p(x,y)=\begin{cases} \frac{1}{30}, & (x,y)\in D; \\ 0, & (x,y)\notin D; \end{cases}$$

де область $D=\{(x,y):\ 0\le x\le 5,\ 0\le y\le 6\}$. Перевірити, чи є залежними випадкові величини X і Y.

13. Двовимірна випадкова величина (X,Y) рівномірно розподілена в прямокутнику $D=\{(x,y):\ 0\le x\le 5,\ 0\le y\le 6\}$, тобто

$$p(x,y)=\begin{cases} \frac{1}{S}, & (x,y)\in D; \\ 0, & (x,y)\notin D; \end{cases}$$

S – площа D. Знайти $E(X)$, $E(Y)$, $D(X)$, $D(Y)$, $p_X(x)$, $p_Y(y)$, $\operatorname{cov}(X,Y)$, $\rho(X,Y)$.

14. Випадкова величина X рівномірно розподілена на проміжку $[-5;7]$, а випадкова величина Y розподілена нормально з параметрами $a=0$, $\sigma=\sqrt{0{,}03}$. Відомо, що коефіцієнт кореляції $\rho(X,Y)=0{,}1$. Знайти $E(XY)$.

15. Знайти щільність розподілу випадкової величини $Y=5X+6$, якщо відома щільність розподілу $p_X(x)$ випадкової величини X:

$$p_X(x)=\begin{cases} e^{-x}, & x>0; \\ 0, & x\le 0. \end{cases}$$

Варіант 6

Для кожної задачі необхідно описати хід розв'язування.

1. На полицях книжкової шафи є 9 книг економічного спрямування і одна фізико-математичного. Студент навмання взяв 2 книги. Яка ймовірність того, що: 1) ці 2 книги економічного спрямування; 2) одна з них фізико-математична. Відповідь записати у вигляді звичайного дробу.

2. З цифр "1", "2", "7" складають одноцифрові, двоцифрові та трицифрові числа. Яка ймовірність, що навмання вибране з усіх складених чисел число є одноцифровим. Відповідь записати у вигляді звичайного дробу.

3. Студент носить з собою дві коробки сірників, в кожній з яких спочатку є 7 сірників. Кожен раз, коли він хоче дістати сірник, він вибирає одну з коробок навмання. Знайти ймовірність того, що коли він вперше витягне порожню коробку, в іншій коробці виявиться 6 сірників. Відповідь записати у вигляді звичайного дробу.

4. Випадкова величина X рівномірно розподілена на проміжку [7, 17]. Знайти $P\{X \in [12,14\}$.

5. Випадкова величина X розподілена нормально з математичним сподіванням a=6. Імовірність потрапляння X в інтервал (0; 6) дорівнює 0,2. Знайти ймовірність потрапляння X в інтервал (6; 12).

6. Щільність розподілу ймовірностей випадкової величини X має вигляд

$$p_X(x) = \begin{cases} k\,x, & x \in [0;\,4]; \\ 0, & x \notin [0;\,4]. \end{cases}$$

Випадкова величина Y зв'язана з X функціональною залежністю $Y = \dfrac{X^2}{16}$.

Знайти:

1) константу k;

2) функцію розподілу і щільність розподілу ймовірностей випадкової величини Y;

3) математичне сподівання і дисперсію випадкової величини Y, використовуючи вигляд її розподілу.

7. Задана функція розподілу випадкового вектора (X, Y)

$$F(x, y) = \frac{xy}{2500}, \;\; 0 \le x \le 50, \;\; 0 \le y \le 50.$$

Знайти ймовірність потрапляння випадкової точки (X, Y) в прямокутник, обмежений прямими

$$x = 5, \quad x = 10, \quad y = 15, \quad y = 25.$$

8. Закон розподілу випадкового вектора (X, Y) заданий в таблиці:

X	Y		
	7	8	10
6	0,2	p	0,2
9	0,1	0,3	0,1

Знайти значення p і закони розподілу випадкових величин X і Y.

9. Здійснюються два постріли по мішені. Для кожного пострілу ймовірність влучання p=0,3, а ймовірність невлучання $q = 1 - p$. Випадкова величина X – кількість влучань при першому пострілі, випадкова величина Y – кількість невлучань при другому пострілі. Знайти закон розподілу випадкового вектора (X,Y).

10. Двовимірна випадкова величина (X,Y) має щільність розподілу

$$p(x,y) = \begin{cases} a(x+y), & (x,y) \in D; \\ 0, & (x,y) \notin D. \end{cases}$$

Область D – трикутник, обмежений прямими $x + y - 5 = 0$, $x = 0$, $y = 0$. Знайти коефіцієнт a. Відповідь записати у вигляді звичайного дробу.

11. Закон розподілу двовимірної випадкової величини (X,Y) заданий таблицею:

X	Y		
	2	3	5
-1	0,06	0,08	0,06
1	0,24	0,32	0,24

Перевірити, чи є залежними випадкові величини X і Y.

12. Щільність розподілу двовимірної випадкової величини (X,Y) задана у вигляді:

$$p(x,y) = \begin{cases} \dfrac{1}{42}, & (x,y) \in D; \\ 0, & (x,y) \notin D; \end{cases}$$

де область $D = \{(x,y):\ 0 \le x \le 6,\ 0 \le y \le 7\}$. Перевірити, чи є залежними випадкові величини X і Y.

13. Двовимірна випадкова величина (X,Y) рівномірно розподілена в прямокутнику $D = \{(x,y):\ 0 \le x \le 6,\ 0 \le y \le 7\}$, тобто

$$p(x,y) = \begin{cases} \dfrac{1}{S}, & (x,y) \in D; \\ 0, & (x,y) \notin D; \end{cases}$$

S – площа D. Знайти $E(X)$, $E(Y)$, $D(X)$, $D(Y)$, $p_X(x)$, $p_Y(y)$, $\operatorname{cov}(X,Y)$, $\rho(X,Y)$.

14. Випадкова величина X рівномірно розподілена на проміжку $[-6; 8]$, а випадкова величина Y розподілена нормально з параметрами $a = 0$, $\sigma = \sqrt{0{,}03}$. Відомо, що коефіцієнт кореляції $\rho(X,Y) = 0{,}1$. Знайти $E(XY)$.

15. Знайти щільність розподілу випадкової величини $Y = 6X + 7$, якщо відома щільність розподілу $p_X(x)$ випадкової величини X:

$$p_X(x) = \begin{cases} e^{-x}, & x > 0; \\ 0, & x \le 0. \end{cases}$$

Варіант 7

Для кожної задачі необхідно описати хід розв'язування.

1. На полицях книжкової шафи є 10 книг економічного спрямування і одна фізико-математичного. Студент навмання взяв 2 книги. Яка ймовірність того, що: 1) ці 2 книги економічного спрямування; 2) одна з них фізико-математична. Відповідь записати у вигляді звичайного дробу.

2. З цифр "5", "6", "9" складають одноцифрові, двоцифрові та трицифрові числа. Яка ймовірність, що навмання вибране з усіх складених чисел число є двоцифровим. Відповідь записати у вигляді звичайного дробу.

3. Студент носить з собою дві коробки сірників, в кожній з яких спочатку є 8 сірників. Кожен раз, коли він хоче дістати сірник, він вибирає одну з коробок навмання. Знайти ймовірність того, що коли він вперше витягне порожню коробку, в іншій коробці виявиться 8 сірників. Відповідь записати у вигляді звичайного дробу.

4. Випадкова величина X рівномірно розподілена на проміжку [8, 18]. Знайти $P\{X \in [14,16]\}$.

5. Випадкова величина X розподілена нормально з математичним сподіванням a=7. Імовірність потрапляння X в інтервал (0; 7) дорівнює 0,15. Знайти ймовірність потрапляння X в інтервал (7; 14).

6. Щільність розподілу ймовірностей випадкової величини X має вигляд

$$p_X(x) = \begin{cases} k\,x, & x \in [0;\,3]; \\ 0, & x \notin [0;\,3]. \end{cases}$$

Випадкова величина Y зв'язана з X функціональною залежністю $Y = \dfrac{X^2}{9}$.

Знайти:

1) константу k;

2) функцію розподілу і щільність розподілу ймовірностей випадкової величини Y;

3) математичне сподівання і дисперсію випадкової величини Y, використовуючи вигляд її розподілу.

7. Задана функція розподілу випадкового вектора (X,Y)

$$F(x,y) = \frac{xy}{1600},\ \ 0 \le x \le 40,\ \ 0 \le y \le 40.$$

Знайти ймовірність потрапляння випадкової точки (X,Y) в прямокутник, обмежений прямими

$$x = 4, \quad x = 8, \quad y = 12, \quad y = 20.$$

8. Закон розподілу випадкового вектора (X,Y) заданий в таблиці:

X	Y		
	8	9	11
7	0,2	p	0,2
10	0,1	0,3	0,1

Знайти значення p і закони розподілу випадкових величин X і Y.

9. Здійснюються два постріли по мішені. Для кожного пострілу ймовірність влучання p=0,2, а ймовірність невлучання $q=1-p$. Випадкова величина X – кількість влучань при першому пострілі, випадкова величина Y – кількість невлучань при другому пострілі. Знайти закон розподілу випадкового вектора (X,Y).

10. Двовимірна випадкова величина (X,Y) має щільність розподілу

$$p(x,y)=\begin{cases} a(x+y), & (x,y)\in D; \\ 0, & (x,y)\notin D. \end{cases}$$

Область D – трикутник, обмежений прямими $x+y-4=0$, $x=0$, $y=0$. Знайти коефіцієнт a. Відповідь записати у вигляді звичайного дробу.

11. Закон розподілу двовимірної випадкової величини (X,Y) заданий таблицею:

X	Y		
	2	3	5
-1	0,057	0,076	0,057
1	0,243	0,324	0,243

Перевірити, чи є залежними випадкові величини X і Y.

12. Щільність розподілу двовимірної випадкової величини (X,Y) задана у вигляді:

$$p(x,y)=\begin{cases} \dfrac{1}{56}, & (x,y)\in D; \\ 0, & (x,y)\notin D; \end{cases}$$

де область $D=\{(x,y):\ 0\le x\le 7,\ 0\le y\le 8\}$. Перевірити, чи є залежними випадкові величини X і Y.

13. Двовимірна випадкова величина (X,Y) рівномірно розподілена в прямокутнику $D=\{(x,y):\ 0\le x\le 7,\ 0\le y\le 8\}$, тобто

$$p(x,y)=\begin{cases} \dfrac{1}{S}, & (x,y)\in D; \\ 0, & (x,y)\notin D; \end{cases}$$

S – площа D. Знайти $E(X)$, $E(Y)$, $D(X)$, $D(Y)$, $p_X(x)$, $p_Y(y)$, $\mathrm{cov}(X,Y)$, $\rho(X,Y)$.

14. Випадкова величина X рівномірно розподілена на проміжку $[-7;9]$, а випадкова величина Y розподілена нормально з параметрами $a=0$, $\sigma=\sqrt{0,03}$. Відомо, що коефіцієнт кореляції $\rho(X,Y)=0,1$. Знайти $E(XY)$.

15. Знайти щільність розподілу випадкової величини $Y=7X+8$, якщо відома щільність розподілу $p_X(x)$ випадкової величини X:

$$p_X(x)=\begin{cases} e^{-x}, & x>0; \\ 0, & x\le 0. \end{cases}$$

Варіант 8

Для кожної задачі необхідно описати хід розв'язування.

1. На полицях книжкової шафи є 11 книг економічного спрямування і одна фізико-математичного. Студент навмання взяв 2 книги. Яка ймовірність того, що: 1) ці 2 книги економічного спрямування; 2) одна з них фізико-математична. Відповідь записати у вигляді звичайного дробу.

2. З цифр "2", "4", "7" складають одноцифрові, двоцифрові та трицифрові числа. Яка ймовірність, що навмання вибране з усіх складених чисел число є трицифровим. Відповідь записати у вигляді звичайного дробу.

3. Студент носить з собою дві коробки сірників, в кожній з яких спочатку є 8 сірників. Кожен раз, коли він хоче дістати сірник, він вибирає одну з коробок навмання. Знайти ймовірність того, що коли він вперше витягне порожню коробку, в іншій коробці виявиться 7 сірників. Відповідь записати у вигляді звичайного дробу.

4. Випадкова величина X рівномірно розподілена на проміжку [9, 19]. Знайти $P\{X \in [16,18]\}$.

5. Випадкова величина X розподілена нормально з математичним сподіванням a=8. Імовірність потрапляння X в інтервал (0; 8) дорівнює 0,1. Знайти ймовірність потрапляння X в інтервал (8; 16).

6. Щільність розподілу ймовірностей випадкової величини X має вигляд

$$p_X(x) = \begin{cases} k\,x, & x \in [0;\,2]; \\ 0, & x \notin [0;\,2]. \end{cases}$$

Випадкова величина Y зв'язана з X функціональною залежністю $Y = \dfrac{X^2}{4}$.

Знайти:

1) константу k;

2) функцію розподілу і щільність розподілу ймовірностей випадкової величини Y;

3) математичне сподівання і дисперсію випадкової величини Y, використовуючи вигляд її розподілу.

7. Задана функція розподілу випадкового вектора (X,Y)

$$F(x,y) = \frac{xy}{900},\ \ 0 \le x \le 30,\ \ 0 \le y \le 30.$$

Знайти ймовірність потрапляння випадкової точки (X,Y) в прямокутник, обмежений прямими

$$x = 3,\quad x = 6,\quad y = 9,\quad y = 15.$$

8. Закон розподілу випадкового вектора (X,Y) заданий в таблиці:

X	Y		
	9	10	12
8	0,2	p	0,2
11	0,1	0,3	0,1

Знайти значення p і закони розподілу випадкових величин X і Y.

9. Здійснюються два постріли по мішені. Для кожного пострілу ймовірність влучання p=0,1, а ймовірність невлучання $q=1-p$. Випадкова величина X – кількість влучань при першому пострілі, випадкова величина Y – кількість невлучань при другому пострілі. Знайти закон розподілу випадкового вектора (X,Y).

10. Двовимірна випадкова величина (X,Y) має щільність розподілу

$$p(x,y)=\begin{cases} a(x+y), & (x,y)\in D; \\ 0, & (x,y)\notin D. \end{cases}$$

Область D – трикутник, обмежений прямими $x+y-2=0,\ x=0,\ y=0$. Знайти коефіцієнт a. Відповідь записати у вигляді звичайного дробу.

11. Закон розподілу двовимірної випадкової величини (X,Y) заданий таблицею:

X	Y		
	2	3	5
-1	0,054	0,072	0,054
1	0,246	0,328	0,246

Перевірити, чи є залежними випадкові величини X і Y.

12. Щільність розподілу двовимірної випадкової величини (X,Y) задана у вигляді:

$$p(x,y)=\begin{cases} \dfrac{1}{72}, & (x,y)\in D; \\ 0, & (x,y)\notin D; \end{cases}$$

де область $D=\{(x,y):\ 0\le x\le 8,\ 0\le y\le 9\}$. Перевірити, чи є залежними випадкові величини X і Y.

13. Двовимірна випадкова величина (X,Y) рівномірно розподілена в прямокутнику $D=\{(x,y):\ 0\le x\le 8,\ 0\le y\le 9\}$, тобто

$$p(x,y)=\begin{cases} \dfrac{1}{S}, & (x,y)\in D; \\ 0, & (x,y)\notin D; \end{cases}$$

S – площа D. Знайти $E(X),\ E(Y),\ D(X),\ D(Y),\ p_X(x),\ p_Y(y),\ \mathrm{cov}(X,Y),\ \rho(X,Y)$.

14. Випадкова величина X рівномірно розподілена на проміжку $[-8;10]$, а випадкова величина Y розподілена нормально з параметрами $a=0,\ \sigma=\sqrt{0{,}03}$. Відомо, що коефіцієнт кореляції $\rho(X,Y)=0{,}1$. Знайти $E(XY)$.

15. Знайти щільність розподілу випадкової величини $Y=8X+9$, якщо відома щільність розподілу $p_X(x)$ випадкової величини X:

$$p_X(x)=\begin{cases} e^{-x}, & x>0; \\ 0, & x\le 0. \end{cases}$$

Варіант 9

Для кожної задачі необхідно описати хід розв'язування.

1. На полицях книжкової шафи є 12 книг економічного спрямування і одна фізико-математичного. Студент навмання взяв 2 книги. Яка ймовірність того, що: 1) ці 2 книги економічного спрямування; 2) одна з них фізико-математична. Відповідь записати у вигляді звичайного дробу.

2. З цифр "3", "4", "8" складають одноцифрові, двоцифрові та трицифрові числа. Яка ймовірність, що навмання вибране з усіх складених чисел число є двоцифровим з різними цифрами. Відповідь записати у вигляді звичайного дробу.

3. Студент носить з собою дві коробки сірників, в кожній з яких спочатку є 9 сірників. Кожен раз, коли він хоче дістати сірник, він вибирає одну з коробок навмання. Знайти ймовірність того, що коли він вперше витягне порожню коробку, в іншій коробці виявиться 9 сірників. Відповідь записати у вигляді звичайного дробу.

4. Випадкова величина X рівномірно розподілена на проміжку $[10, 20]$. Знайти $P\{X \in [18, 20]\}$.

5. Випадкова величина X розподілена нормально з математичним сподіванням a=9. Імовірність потрапляння X в інтервал (0; 9) дорівнює 0,05. Знайти ймовірність потрапляння X в інтервал (9; 18).

6. Щільність розподілу ймовірностей випадкової величини X має вигляд

$$p_X(x) = \begin{cases} k\,x, & x \in [0; 19]; \\ 0, & x \notin [0; 19]. \end{cases}$$

Випадкова величина Y зв'язана з X функціональною залежністю $Y = \dfrac{X^2}{361}$.

Знайти:

1) константу k;

2) функцію розподілу і щільність розподілу ймовірностей випадкової величини Y;

3) математичне сподівання і дисперсію випадкової величини Y, використовуючи вигляд її розподілу.

7. Задана функція розподілу випадкового вектора (X, Y)

$$F(x, y) = \frac{xy}{400}, \ \ 0 \le x \le 20, \ \ 0 \le y \le 20.$$

Знайти ймовірність потрапляння випадкової точки (X, Y) в прямокутник, обмежений прямими

$$x = 2, \quad x = 4, \quad y = 6, \quad y = 10.$$

8. Закон розподілу випадкового вектора (X, Y) заданий в таблиці:

X	Y		
	1	2	4
9	0,2	p	0,2
12	0,1	0,3	0,1

Знайти значення p і закони розподілу випадкових величин X і Y.

9. Здійснюються два постріли по мішені. Для кожного пострілу ймовірність влучання p=0,15, а ймовірність невлучання $q = 1 - p$. Випадкова величина X – кількість влучань при першому пострілі, випадкова величина Y – кількість невлучань при другому пострілі. Знайти закон розподілу випадкового вектора (X,Y).

10. Двовимірна випадкова величина (X,Y) має щільність розподілу

$$p(x,y) = \begin{cases} a(x+y), & (x,y) \in D; \\ 0, & (x,y) \notin D. \end{cases}$$

Область D – трикутник, обмежений прямими $x + y - 1 = 0$, $x = 0$, $y = 0$. Знайти коефіцієнт a. Відповідь записати у вигляді звичайного дробу.

11. Закон розподілу двовимірної випадкової величини (X,Y) заданий таблицею:

X	Y		
	2	3	5
-1	0,051	0,068	0,051
1	0,249	0,332	0,249

Перевірити, чи є залежними випадкові величини X і Y.

12. Щільність розподілу двовимірної випадкової величини (X,Y) задана у вигляді:

$$p(x,y) = \begin{cases} \frac{1}{9}, \ (x,y) \in D; \\ 0, \quad (x,y) \notin D; \end{cases}$$

де область $D = \{(x,y) : 0 \le x \le 9, 0 \le y \le 1\}$. Перевірити, чи є залежними випадкові величини X і Y.

13. Двовимірна випадкова величина (X,Y) рівномірно розподілена в прямокутнику $D = \{(x,y) : 0 \le x \le 9, 0 \le y \le 1\}$, тобто

$$p(x,y) = \begin{cases} \frac{1}{S}, \ (x,y) \in D; \\ 0, \quad (x,y) \notin D; \end{cases}$$

S – площа D. Знайти $E(X)$, $E(Y)$, $D(X)$, $D(Y)$, $p_X(x)$, $p_Y(y)$, $\operatorname{cov}(X,Y)$, $\rho(X,Y)$.

14. Випадкова величина X рівномірно розподілена на проміжку $[-9;11]$, а випадкова величина Y розподілена нормально з параметрами $a = 0$, $\sigma = \sqrt{0,03}$. Відомо, що коефіцієнт кореляції $\rho(X,Y) = 0,1$. Знайти $E(XY)$.

15. Знайти щільність розподілу випадкової величини $Y = 9X + 1$, якщо відома щільність розподілу $p_X(x)$ випадкової величини X:

$$p_X(x) = \begin{cases} e^{-x}, & x > 0; \\ 0, & x \le 0. \end{cases}$$

Варіант 10

Для кожної задачі необхідно описати хід розв'язування.

1. На полицях книжкової шафи є 13 книг економічного спрямування і одна фізико-математичного. Студент навмання взяв 2 книги. Яка ймовірність того, що: 1) ці 2 книги економічного спрямування; 2) одна з них фізико-математична. Відповідь записати у вигляді звичайного дробу.

2. З цифр "1", "3", "6" складають одноцифрові, двоцифрові та трицифрові числа. Яка ймовірність, що навмання вибране з усіх складених чисел число є трицифровим з різними цифрами. Відповідь записати у вигляді звичайного дробу.

3. Студент носить з собою дві коробки сірників, в кожній з яких спочатку є 9 сірників. Кожен раз, коли він хоче дістати сірник, він вибирає одну з коробок навмання. Знайти ймовірність того, що коли він вперше витягне порожню коробку, в іншій коробці виявиться 8 сірників. Відповідь записати у вигляді звичайного дробу.

4. Випадкова величина X рівномірно розподілена на проміжку $[11, 21]$. Знайти $P\{X \in [11,13]\}$.

5. Випадкова величина X розподілена нормально з математичним сподіванням a=10. Імовірність потрапляння X в інтервал (0; 10) дорівнює 0,45. Знайти ймовірність потрапляння X в інтервал (10; 20).

6. Щільність розподілу ймовірностей випадкової величини X має вигляд

$$p_X(x) = \begin{cases} kx, & x \in [0; 18]; \\ 0, & x \notin [0; 18]. \end{cases}$$

Випадкова величина Y зв'язана з X функціональною залежністю $Y = \dfrac{X^2}{324}$.

Знайти:

1) константу k;

2) функцію розподілу і щільність розподілу ймовірностей випадкової величини Y;

3) математичне сподівання і дисперсію випадкової величини Y, використовуючи вигляд її розподілу.

7. Задана функція розподілу випадкового вектора (X, Y)

$$F(x, y) = \frac{xy}{100}, \quad 0 \le x \le 10, \quad 0 \le y \le 10.$$

Знайти ймовірність потрапляння випадкової точки (X, Y) в прямокутник, обмежений прямими

$$x = 1, \quad x = 2, \quad y = 3, \quad y = 5.$$

8. Закон розподілу випадкового вектора (X, Y) заданий в таблиці:

X	Y		
	2	3	5
8	0,2	p	0,2
11	0,1	0,3	0,1

Знайти значення p і закони розподілу випадкових величин X і Y.

9. Здійснюються два постріли по мішені. Для кожного пострілу ймовірність влучання p=0,25, а ймовірність невлучання $q = 1 - p$. Випадкова величина X – кількість влучань при першому пострілі, випадкова величина Y – кількість невлучань при другому пострілі. Знайти закон розподілу випадкового вектора (X,Y).

10. Двовимірна випадкова величина (X,Y) має щільність розподілу

$$p(x,y) = \begin{cases} a(x+y), & (x,y) \in D; \\ 0, & (x,y) \notin D. \end{cases}$$

Область D – трикутник, обмежений прямими $x + y - 11 = 0$, $x = 0$, $y = 0$. Знайти коефіцієнт a. Відповідь записати у вигляді звичайного дробу.

11. Закон розподілу двовимірної випадкової величини (X,Y) заданий таблицею:

X	Y		
	2	3	5
-1	0,048	0,064	0,048
1	0,252	0,336	0,252

Перевірити, чи є залежними випадкові величини X і Y.

12. Щільність розподілу двовимірної випадкової величини (X,Y) задана у вигляді:

$$p(x,y) = \begin{cases} \dfrac{1}{16}, (x,y) \in D; \\ 0, \quad (x,y) \notin D; \end{cases}$$

де область $D = \{(x,y):\ 0 \le x \le 8,\ 0 \le y \le 2\}$. Перевірити, чи є залежними випадкові величини X і Y.

13. Двовимірна випадкова величина (X,Y) рівномірно розподілена в прямокутнику $D = \{(x,y):\ 0 \le x \le 8,\ 0 \le y \le 2\}$, тобто

$$p(x,y) = \begin{cases} \dfrac{1}{S}, (x,y) \in D; \\ 0, \quad (x,y) \notin D; \end{cases}$$

S – площа D. Знайти $E(X)$, $E(Y)$, $D(X)$, $D(Y)$, $p_X(x)$, $p_Y(y)$, $\mathrm{cov}(X,Y)$, $\rho(X,Y)$.

14. Випадкова величина X рівномірно розподілена на проміжку $[-10;12]$, а випадкова величина Y розподілена нормально з параметрами $a = 0$, $\sigma = \sqrt{0{,}03}$. Відомо, що коефіцієнт кореляції $\rho(X,Y) = 0{,}1$. Знайти $E(XY)$.

15. Знайти щільність розподілу випадкової величини $Y = 8X + 2$, якщо відома щільність розподілу $p_X(x)$ випадкової величини X:

$$p_X(x) = \begin{cases} e^{-x}, & x > 0; \\ 0, & x \le 0. \end{cases}$$

Варіант 11

Для кожної задачі необхідно описати хід розв'язування.

1. На полицях книжкової шафи є 14 книг економічного спрямування і одна фізико-математичного. Студент навмання взяв 2 книги. Яка ймовірність того, що: 1) ці 2 книги економічного спрямування; 2) одна з них фізико-математична. Відповідь записати у вигляді звичайного дробу.

2. З цифр "1", "2", "7" складають одноцифрові, двоцифрові та трицифрові числа. Яка ймовірність, що навмання вибране з усіх складених чисел число є одноцифровим. Відповідь записати у вигляді звичайного дробу.

3. Студент носить з собою дві коробки сірників, в кожній з яких спочатку є 10 сірників. Кожен раз, коли він хоче дістати сірник, він вибирає одну з коробок навмання. Знайти ймовірність того, що коли він вперше витягне порожню коробку, в іншій коробці виявиться 10 сірників. Відповідь записати у вигляді звичайного дробу.

4. Випадкова величина X рівномірно розподілена на проміжку $[12, 22]$. Знайти $P\{X \in [13,15]\}$.

5. Випадкова величина X розподілена нормально з математичним сподіванням a=11. Імовірність потрапляння X в інтервал (0; 11) дорівнює 0,4. Знайти ймовірність потрапляння X в інтервал (11; 22).

6. Щільність розподілу ймовірностей випадкової величини X має вигляд

$$p_X(x) = \begin{cases} k\,x, & x \in [0;17]; \\ 0, & x \notin [0;17]. \end{cases}$$

Випадкова величина Y зв'язана з X функціональною залежністю $Y = \dfrac{X^2}{289}$.

Знайти:

1) константу k;

2) функцію розподілу і щільність розподілу ймовірностей випадкової величини Y;

3) математичне сподівання і дисперсію випадкової величини Y, використовуючи вигляд її розподілу.

7. Задана функція розподілу випадкового вектора (X,Y)

$$F(x,y) = \frac{xy}{110^2}, \;\; 0 \le x \le 110, \;\; 0 \le y \le 110.$$

Знайти ймовірність потрапляння випадкової точки (X,Y) в прямокутник, обмежений прямими

$$x = 11, \quad x = 22, \quad y = 33, \quad y = 55.$$

8. Закон розподілу випадкового вектора (X,Y) заданий в таблиці:

X	Y		
	3	4	6
7	0,2	p	0,2
10	0,1	0,3	0,1

Знайти значення p і закони розподілу випадкових величин X і Y.

9. Здійснюються два постріли по мішені. Для кожного пострілу ймовірність влучання p=0,35, а ймовірність невлучання $q = 1 - p$. Випадкова величина X – кількість влучань при першому пострілі, випадкова величина Y – кількість невлучань при другому пострілі. Знайти закон розподілу випадкового вектора (X, Y).

10. Двовимірна випадкова величина (X, Y) має щільність розподілу

$$p(x, y) = \begin{cases} a(x+y), & (x, y) \in D; \\ 0, & (x, y) \notin D. \end{cases}$$

Область D – трикутник, обмежений прямими $x + y - 12 = 0,\ x = 0,\ y = 0$. Знайти коефіцієнт a. Відповідь записати у вигляді звичайного дробу.

11. Закон розподілу двовимірної випадкової величини (X, Y) заданий таблицею:

X	Y		
	2	3	5
-1	0,045	0,06	0,045
1	0,255	0,34	0,255

Перевірити, чи є залежними випадкові величини X і Y.

12. Щільність розподілу двовимірної випадкової величини (X, Y) задана у вигляді:

$$p(x, y) = \begin{cases} \dfrac{1}{21}, & (x, y) \in D; \\ 0, & (x, y) \notin D; \end{cases}$$

де область $D = \{(x, y):\ 0 \le x \le 7,\ 0 \le y \le 3\}$. Перевірити, чи є залежними випадкові величини X і Y.

13. Двовимірна випадкова величина (X, Y) рівномірно розподілена в прямокутнику $D = \{(x, y):\ 0 \le x \le 7,\ 0 \le y \le 3\}$, тобто

$$p(x, y) = \begin{cases} \dfrac{1}{S}, & (x, y) \in D; \\ 0, & (x, y) \notin D; \end{cases}$$

S – площа D. Знайти $E(X)$, $E(Y)$, $D(X)$, $D(Y)$, $p_X(x)$, $p_Y(y)$, $\mathrm{cov}(X, Y)$, $\rho(X, Y)$.

14. Випадкова величина X рівномірно розподілена на проміжку $[-11; 13]$, а випадкова величина Y розподілена нормально з параметрами $a = 0,\ \sigma = \sqrt{0{,}03}$. Відомо, що коефіцієнт кореляції $\rho(X, Y) = 0{,}1$. Знайти $E(XY)$.

15. Знайти щільність розподілу випадкової величини $Y = 7X + 3$, якщо відома щільність розподілу $p_X(x)$ випадкової величини X:

$$p_X(x) = \begin{cases} e^{-x}, & x > 0; \\ 0, & x \le 0. \end{cases}$$

Варіант 12

Для кожної задачі необхідно описати хід розв'язування.

1. На полицях книжкової шафи є 15 книг економічного спрямування і одна фізико-математичного. Студент навмання взяв 2 книги. Яка ймовірність того, що: 1) ці 2 книги економічного спрямування; 2) одна з них фізико-математична. Відповідь записати у вигляді звичайного дробу.

2. З цифр "3", "6", "9" складають одноцифрові, двоцифрові та трицифрові числа. Яка ймовірність, що навмання вибране з усіх складених чисел число є двоцифровим. Відповідь записати у вигляді звичайного дробу.

3. Студент носить з собою дві коробки сірників, в кожній з яких спочатку є 10 сірників. Кожен раз, коли він хоче дістати сірник, він вибирає одну з коробок навмання. Знайти ймовірність того, що коли він вперше витягне порожню коробку, в іншій коробці виявиться 9 сірників. Відповідь записати у вигляді звичайного дробу.

4. Випадкова величина X рівномірно розподілена на проміжку $[13, 23]$. Знайти $P\{X \in [15,17]\}$.

5. Випадкова величина X розподілена нормально з математичним сподіванням a=12. Імовірність потрапляння X в інтервал (0; 12) дорівнює 0,35. Знайти ймовірність потрапляння X в інтервал (12; 24).

6. Щільність розподілу ймовірностей випадкової величини X має вигляд

$$p_X(x) = \begin{cases} k\,x, & x \in [0; 16]; \\ 0, & x \notin [0; 16]. \end{cases}$$

Випадкова величина Y зв'язана з X функціональною залежністю $Y = \dfrac{X^2}{256}$.

Знайти:

1) константу k;

2) функцію розподілу і щільність розподілу ймовірностей випадкової величини Y;

3) математичне сподівання і дисперсію випадкової величини Y, використовуючи вигляд її розподілу.

7. Задана функція розподілу випадкового вектора (X,Y)

$$F(x,y) = \frac{xy}{120^2},\ \ 0 \le x \le 120,\ \ 0 \le y \le 120.$$

Знайти ймовірність потрапляння випадкової точки (X,Y) в прямокутник, обмежений прямими

$$x = 12, \quad x = 24, \quad y = 36, \quad y = 60.$$

8. Закон розподілу випадкового вектора (X,Y) заданий в таблиці:

X	Y		
	4	5	7
6	0,2	p	0,2
9	0,1	0,3	0,1

Знайти значення p і закони розподілу випадкових величин X і Y.

9. Здійснюються два постріли по мішені. Для кожного пострілу ймовірність влучання p=0,45, а ймовірність невлучання $q = 1 - p$. Випадкова величина X – кількість влучань при першому пострілі, випадкова величина Y – кількість невлучань при другому пострілі. Знайти закон розподілу випадкового вектора (X, Y).

10. Двовимірна випадкова величина (X, Y) має щільність розподілу

$$p(x, y) = \begin{cases} a(x + y), & (x, y) \in D; \\ 0, & (x, y) \notin D. \end{cases}$$

Область D – трикутник, обмежений прямими $x + y - 13 = 0,\ x = 0,\ y = 0$. Знайти коефіцієнт a. Відповідь записати у вигляді звичайного дробу.

11. Закон розподілу двовимірної випадкової величини (X, Y) заданий таблицею:

X	Y		
	2	3	5
-1	0,042	0,056	0,042
1	0,258	0,344	0,258

Перевірити, чи є залежними випадкові величини X і Y.

12. Щільність розподілу двовимірної випадкової величини (X, Y) задана у вигляді:

$$p(x, y) = \begin{cases} \dfrac{1}{24}, & (x, y) \in D; \\ 0, & (x, y) \notin D; \end{cases}$$

де область $D = \{(x, y):\ 0 \le x \le 6,\ 0 \le y \le 4\}$. Перевірити, чи є залежними випадкові величини X і Y.

13. Двовимірна випадкова величина (X, Y) рівномірно розподілена в прямокутнику $D = \{(x, y):\ 0 \le x \le 6,\ 0 \le y \le 4\}$, тобто

$$p(x, y) = \begin{cases} \dfrac{1}{S}, & (x, y) \in D; \\ 0, & (x, y) \notin D; \end{cases}$$

S – площа D. Знайти $E(X),\ E(Y),\ D(X),\ D(Y),\ p_X(x),\ p_Y(y),\ \operatorname{cov}(X, Y),\ \rho(X, Y)$.

14. Випадкова величина X рівномірно розподілена на проміжку $[-12; 14]$, а випадкова величина Y розподілена нормально з параметрами $a = 0,\ \sigma = \sqrt{0,03}$. Відомо, що коефіцієнт кореляції $\rho(X, Y) = 0,1$. Знайти $E(XY)$.

15. Знайти щільність розподілу випадкової величини $Y = 6X + 4$, якщо відома щільність розподілу $p_X(x)$ випадкової величини X:

$$p_X(x) = \begin{cases} e^{-x}, & x > 0; \\ 0, & x \le 0. \end{cases}$$

Варіант 13

Для кожної задачі необхідно описати хід розв'язування.

1. На полицях книжкової шафи є 16 книг економічного спрямування і одна фізико-математичного. Студент навмання взяв 2 книги. Яка ймовірність того, що: 1) ці 2 книги економічного спрямування; 2) одна з них фізико-математична. Відповідь записати у вигляді звичайного дробу.

2. З цифр "4", "7", "9" складають одноцифрові, двоцифрові та трицифрові числа. Яка ймовірність, що навмання вибране з усіх складених чисел число є трицифровим. Відповідь записати у вигляді звичайного дробу.

3. Студент носить з собою дві коробки сірників, в кожній з яких спочатку є 11 сірників. Кожен раз, коли він хоче дістати сірник, він вибирає одну з коробок навмання. Знайти ймовірність того, що коли він вперше витягне порожню коробку, в іншій коробці виявиться 11 сірників. Відповідь записати у вигляді звичайного дробу.

4. Випадкова величина X рівномірно розподілена на проміжку $[14, 24]$. Знайти $P\{X \in [17,19]\}$.

5. Випадкова величина X розподілена нормально з математичним сподіванням a=13. Імовірність потрапляння X в інтервал (0; 13) дорівнює 0,3. Знайти ймовірність потрапляння X в інтервал (13; 26).

6. Щільність розподілу ймовірностей випадкової величини X має вигляд

$$p_X(x) = \begin{cases} k\,x, & x \in [0;15]; \\ 0, & x \notin [0;15]. \end{cases}$$

Випадкова величина Y зв'язана з X функціональною залежністю $Y = \dfrac{X^2}{225}$.

Знайти:

1) константу k;

2) функцію розподілу і щільність розподілу ймовірностей випадкової величини Y;

3) математичне сподівання і дисперсію випадкової величини Y, використовуючи вигляд її розподілу.

7. Задана функція розподілу випадкового вектора (X,Y)

$$F(x,y) = \frac{xy}{130^2}, \quad 0 \le x \le 130, \quad 0 \le y \le 130.$$

Знайти ймовірність потрапляння випадкової точки (X,Y) в прямокутник, обмежений прямими

$$x = 13, \quad x = 26, \quad y = 39, \quad y = 65.$$

8. Закон розподілу випадкового вектора (X,Y) заданий в таблиці:

X	Y		
	6	7	9
5	0,2	p	0,2
8	0,1	0,3	0,1

Знайти значення p і закони розподілу випадкових величин X і Y.

9. Здійснюються два постріли по мішені. Для кожного пострілу ймовірність влучання p=0,55, а ймовірність невлучання $q=1-p$. Випадкова величина $X-$ кількість влучань при першому пострілі, випадкова величина $Y-$ кількість невлучань при другому пострілі. Знайти закон розподілу випадкового вектора (X,Y).

10. Двовимірна випадкова величина (X,Y) має щільність розподілу

$$p(x,y)=\begin{cases} a(x+y), & (x,y)\in D; \\ 0, & (x,y)\notin D. \end{cases}$$

Область $D-$ трикутник, обмежений прямими $x+y-14=0,\ x=0,\ y=0$. Знайти коефіцієнт a. Відповідь записати у вигляді звичайного дробу.

11. Закон розподілу двовимірної випадкової величини (X,Y) заданий таблицею:

X	Y		
	2	3	5
-1	0,039	0,052	0,039
1	0,261	0,348	0,261

Перевірити, чи є залежними випадкові величини X і Y.

12. Щільність розподілу двовимірної випадкової величини (X,Y) задана у вигляді:

$$p(x,y)=\begin{cases} \frac{1}{30}, & (x,y)\in D; \\ 0, & (x,y)\notin D; \end{cases}$$

де область $D=\{(x,y):\ 0\le x\le 5,\ 0\le y\le 6\}$. Перевірити, чи є залежними випадкові величини X і Y.

13. Двовимірна випадкова величина (X,Y) рівномірно розподілена в прямокутнику $D=\{(x,y):\ 0\le x\le 5,\ 0\le y\le 6\}$, тобто

$$p(x,y)=\begin{cases} \frac{1}{S}, & (x,y)\in D; \\ 0, & (x,y)\notin D; \end{cases}$$

$S-$ площа D. Знайти $E(X),\ E(Y),\ D(X),\ D(Y),\ p_X(x),\ p_Y(y),\ \operatorname{cov}(X,Y),\ \rho(X,Y)$.

14. Випадкова величина X рівномірно розподілена на проміжку $[-13;15]$, а випадкова величина Y розподілена нормально з параметрами $a=0,\ \sigma=\sqrt{0,03}$. Відомо, що коефіцієнт кореляції $\rho(X,Y)=0,1$. Знайти $E(XY)$.

15. Знайти щільність розподілу випадкової величини $Y=5X+6$, якщо відома щільність розподілу $p_X(x)$ випадкової величини X:

$$p_X(x)=\begin{cases} e^{-x}, & x>0; \\ 0, & x\le 0. \end{cases}$$

Варіант 14

Для кожної задачі необхідно описати хід розв'язування.

1. На полицях книжкової шафи є 17 книг економічного спрямування і одна фізико-математичного. Студент навмання взяв 2 книги. Яка ймовірність того, що: 1) ці 2 книги економічного спрямування; 2) одна з них фізико-математична. Відповідь записати у вигляді звичайного дробу.

2. З цифр "2", "4", "7" складають одноцифрові, двоцифрові та трицифрові числа. Яка ймовірність, що навмання вибране з усіх складених чисел число є двоцифровим з різними цифрами. Відповідь записати у вигляді звичайного дробу.

3. Студент носить з собою дві коробки сірників, в кожній з яких спочатку є 11 сірників. Кожен раз, коли він хоче дістати сірник, він вибирає одну з коробок навмання. Знайти ймовірність того, що коли він вперше витягне порожню коробку, в іншій коробці виявиться 10 сірників. Відповідь записати у вигляді звичайного дробу.

4. Випадкова величина X рівномірно розподілена на проміжку $[15, 25]$. Знайти $P\{X \in [19, 21]\}$.

5. Випадкова величина X розподілена нормально з математичним сподіванням a=14. Імовірність потрапляння X в інтервал (0; 14) дорівнює 0,25. Знайти ймовірність потрапляння X в інтервал (14; 28).

6. Щільність розподілу ймовірностей випадкової величини X має вигляд

$$p_X(x) = \begin{cases} k\,x, & x \in [0; 14]; \\ 0, & x \notin [0; 14]. \end{cases}$$

Випадкова величина Y зв'язана з X функціональною залежністю $Y = \dfrac{X^2}{196}$.

Знайти:

1) константу k;

2) функцію розподілу і щільність розподілу ймовірностей випадкової величини Y;

3) математичне сподівання і дисперсію випадкової величини Y, використовуючи вигляд її розподілу.

7. Задана функція розподілу випадкового вектора (X, Y)

$$F(x, y) = \frac{xy}{140^2}, \;\; 0 \le x \le 140, \;\; 0 \le y \le 140.$$

Знайти ймовірність потрапляння випадкової точки (X, Y) в прямокутник, обмежений прямими

$$x = 14, \quad x = 28, \quad y = 42, \quad y = 70.$$

8. Закон розподілу випадкового вектора (X, Y) заданий в таблиці:

X	Y		
	5	6	8
4	0,2	p	0,2
7	0,1	0,3	0,1

Знайти значення p і закони розподілу випадкових величин X і Y.

9. Здійснюються два постріли по мішені. Для кожного пострілу ймовірність влучання p=0,65, а ймовірність невлучання $q=1-p$. Випадкова величина X – кількість влучань при першому пострілі, випадкова величина Y – кількість невлучань при другому пострілі. Знайти закон розподілу випадкового вектора (X,Y).

10. Двовимірна випадкова величина (X,Y) має щільність розподілу

$$p(x,y)=\begin{cases} a(x+y), & (x,y)\in D; \\ 0, & (x,y)\notin D. \end{cases}$$

Область D – трикутник, обмежений прямими $x+y-26=0$, $x=0$, $y=0$. Знайти коефіцієнт a. Відповідь записати у вигляді звичайного дробу.

11. Закон розподілу двовимірної випадкової величини (X,Y) заданий таблицею:

X	Y		
	2	3	5
-1	0,036	0,048	0,036
1	0,264	0,352	0,264

Перевірити, чи є залежними випадкові величини X і Y.

12. Щільність розподілу двовимірної випадкової величини (X,Y) задана у вигляді:

$$p(x,y)=\begin{cases} \dfrac{1}{20}, \ (x,y)\in D; \\ 0, \quad (x,y)\notin D; \end{cases}$$

де область $D=\{(x,y):\ 0\le x\le 4,\ 0\le y\le 5\}$. Перевірити, чи є залежними випадкові величини X і Y.

13. Двовимірна випадкова величина (X,Y) рівномірно розподілена в прямокутнику $D=\{(x,y):\ 0\le x\le 4,\ 0\le y\le 5\}$, тобто

$$p(x,y)=\begin{cases} \dfrac{1}{S}, \ (x,y)\in D; \\ 0, \quad (x,y)\notin D; \end{cases}$$

S – площа D. Знайти $E(X)$, $E(Y)$, $D(X)$, $D(Y)$, $p_X(x)$, $p_Y(y)$, $\mathrm{cov}(X,Y)$, $\rho(X,Y)$.

14. Випадкова величина X рівномірно розподілена на проміжку $[-14;16]$, а випадкова величина Y розподілена нормально з параметрами $a=0$, $\sigma=\sqrt{0,03}$. Відомо, що коефіцієнт кореляції $\rho(X,Y)=0,1$. Знайти $E(XY)$.

15. Знайти щільність розподілу випадкової величини $Y=4X+5$, якщо відома щільність розподілу $p_X(x)$ випадкової величини X:

$$p_X(x)=\begin{cases} e^{-x}, & x>0; \\ 0, & x\le 0. \end{cases}$$

Варіант 15

Для кожної задачі необхідно описати хід розв'язування.

1. На полицях книжкової шафи є 18 книг економічного спрямування і одна фізико-математичного. Студент навмання взяв 2 книги. Яка ймовірність того, що: 1) ці 2 книги економічного спрямування; 2) одна з них фізико-математична. Відповідь записати у вигляді звичайного дробу.

2. З цифр "1", "2", "8" складають одноцифрові, двоцифрові та трицифрові числа. Яка ймовірність, що навмання вибране з усіх складених чисел число є трицифровим з різними цифрами. Відповідь записати у вигляді звичайного дробу.

3. Студент носить з собою дві коробки сірників, в кожній з яких спочатку є 12 сірників. Кожен раз, коли він хоче дістати сірник, він вибирає одну з коробок навмання. Знайти ймовірність того, що коли він вперше витягне порожню коробку, в іншій коробці виявиться 12 сірників. Відповідь записати у вигляді звичайного дробу.

4. Випадкова величина X рівномірно розподілена на проміжку $[16, 26]$. Знайти $P\{X \in [21, 23]\}$.

5. Випадкова величина X розподілена нормально з математичним сподіванням a=15. Імовірність потрапляння X в інтервал (0; 15) дорівнює 0,2. Знайти ймовірність потрапляння X в інтервал (15; 30).

6. Щільність розподілу ймовірностей випадкової величини X має вигляд

$$p_X(x) = \begin{cases} k\,x, & x \in [0; 13]; \\ 0, & x \notin [0; 13]. \end{cases}$$

Випадкова величина Y зв'язана з X функціональною залежністю $Y = \dfrac{X^2}{169}$.

Знайти:

1) константу k;

2) функцію розподілу і щільність розподілу ймовірностей випадкової величини Y;

3) математичне сподівання і дисперсію випадкової величини Y, використовуючи вигляд її розподілу.

7. Задана функція розподілу випадкового вектора (X, Y)

$$F(x, y) = \frac{xy}{150^2}, \quad 0 \le x \le 150, \quad 0 \le y \le 150.$$

Знайти ймовірність потрапляння випадкової точки (X, Y) в прямокутник, обмежений прямими

$$x = 15, \quad x = 30, \quad y = 45, \quad y = 75.$$

8. Закон розподілу випадкового вектора (X, Y) заданий в таблиці:

X	Y		
	7	8	10
3	0,2	p	0,2
6	0,1	0,3	0,1

Знайти значення p і закони розподілу випадкових величин X і Y.

9. Здійснюються два постріли по мішені. Для кожного пострілу ймовірність влучання p=0,75, а ймовірність невлучання $q = 1 - p$. Випадкова величина X – кількість влучань при першому пострілі, випадкова величина Y – кількість невлучань при другому пострілі. Знайти закон розподілу випадкового вектора (X, Y).

10. Двовимірна випадкова величина (X, Y) має щільність розподілу

$$p(x, y) = \begin{cases} a(x + y), & (x, y) \in D; \\ 0, & (x, y) \notin D. \end{cases}$$

Область D – трикутник, обмежений прямими $x + y - 25 = 0,\ x = 0,\ y = 0.$ Знайти коефіцієнт $a.$ Відповідь записати у вигляді звичайного дробу.

11. Закон розподілу двовимірної випадкової величини (X, Y) заданий таблицею:

X	Y		
	2	3	5
-1	0,033	0,044	0,033
1	0,267	0,356	0,267

Перевірити, чи є залежними випадкові величини X і Y.

12. Щільність розподілу двовимірної випадкової величини (X, Y) задана у вигляді:

$$p(x, y) = \begin{cases} \dfrac{1}{21}, & (x, y) \in D; \\ 0, & (x, y) \notin D; \end{cases}$$

де область $D = \{(x, y):\ 0 \le x \le 3,\ 0 \le y \le 7\}$. Перевірити, чи є залежними випадкові величини X і Y.

13. Двовимірна випадкова величина (X, Y) рівномірно розподілена в прямокутнику $D = \{(x, y):\ 0 \le x \le 3,\ 0 \le y \le 7\}$, тобто

$$p(x, y) = \begin{cases} \dfrac{1}{S}, & (x, y) \in D; \\ 0, & (x, y) \notin D; \end{cases}$$

S – площа D. Знайти $E(X),\ E(Y),\ D(X),\ D(Y),\ p_X(x),\ p_Y(y),\ \operatorname{cov}(X, Y),\ \rho(X, Y).$

14. Випадкова величина X рівномірно розподілена на проміжку $[-15; 17]$, а випадкова величина Y розподілена нормально з параметрами $a = 0,\ \sigma = \sqrt{0{,}03}.$ Відомо, що коефіцієнт кореляції $\rho(X, Y) = 0{,}1.$ Знайти $E(XY).$

15. Знайти щільність розподілу випадкової величини $Y = 3X + 7,$ якщо відома щільність розподілу $p_X(x)$ випадкової величини X:

$$p_X(x) = \begin{cases} e^{-x}, & x > 0; \\ 0, & x \le 0. \end{cases}$$

Варіант 16

Для кожної задачі необхідно описати хід розв'язування.

1. На полицях книжкової шафи є 19 книг економічного спрямування і одна фізико-математичного. Студент навмання взяв 2 книги. Яка ймовірність того, що: 1) ці 2 книги економічного спрямування; 2) одна з них фізико-математична. Відповідь записати у вигляді звичайного дробу.

2. З цифр "3", "4", "6" складають одноцифрові, двоцифрові та трицифрові числа. Яка ймовірність, що навмання вибране з усіх складених чисел число є одноцифровим. Відповідь записати у вигляді звичайного дробу.

3. Студент носить з собою дві коробки сірників, в кожній з яких спочатку є 12 сірників. Кожен раз, коли він хоче дістати сірник, він вибирає одну з коробок навмання. Знайти ймовірність того, що коли він вперше витягне порожню коробку, в іншій коробці виявиться 11 сірників. Відповідь записати у вигляді звичайного дробу.

4. Випадкова величина X рівномірно розподілена на проміжку $[17, 27]$. Знайти $P\{X \in [23,25]\}$.

5. Випадкова величина X розподілена нормально з математичним сподіванням a=16. Імовірність потрапляння X в інтервал (0; 16) дорівнює 0,15. Знайти ймовірність потрапляння X в інтервал (16; 32).

6. Щільність розподілу ймовірностей випадкової величини X має вигляд

$$p_X(x) = \begin{cases} k\,x, & x \in [0; 12]; \\ 0, & x \notin [0; 12]. \end{cases}$$

Випадкова величина Y зв'язана з X функціональною залежністю $Y = \dfrac{X^2}{144}$.

Знайти:

1) константу k;

2) функцію розподілу і щільність розподілу ймовірностей випадкової величини Y;

3) математичне сподівання і дисперсію випадкової величини Y, використовуючи вигляд її розподілу.

7. Задана функція розподілу випадкового вектора (X,Y)

$$F(x,y) = \frac{xy}{160^2}, \;\; 0 \le x \le 160, \;\; 0 \le y \le 160.$$

Знайти ймовірність потрапляння випадкової точки (X,Y) в прямокутник, обмежений прямими

$$x = 16, \quad x = 32, \quad y = 48, \quad y = 80.$$

8. Закон розподілу випадкового вектора (X,Y) заданий в таблиці:

X	Y		
	8	9	11
2	0,2	p	0,2
5	0,1	0,3	0,1

Знайти значення p і закони розподілу випадкових величин X і Y.

9. Здійснюються два постріли по мішені. Для кожного пострілу ймовірність влучання p=0,85, а ймовірність невлучання $q = 1 - p$. Випадкова величина $X -$ кількість влучань при першому пострілі, випадкова величина $Y -$ кількість невлучань при другому пострілі. Знайти закон розподілу випадкового вектора (X, Y).

10. Двовимірна випадкова величина (X, Y) має щільність розподілу

$$p(x, y) = \begin{cases} a(x + y), & (x, y) \in D; \\ 0, & (x, y) \notin D. \end{cases}$$

Область $D -$ трикутник, обмежений прямими $x + y - 24 = 0,\ x = 0,\ y = 0.$ Знайти коефіцієнт $a.$ Відповідь записати у вигляді звичайного дробу.

11. Закон розподілу двовимірної випадкової величини (X, Y) заданий таблицею:

X	Y		
	2	3	5
-1	0,03	0,04	0,03
1	0,27	0,36	0,27

Перевірити, чи є залежними випадкові величини X і Y.

12. Щільність розподілу двовимірної випадкової величини (X, Y) задана у вигляді:

$$p(x, y) = \begin{cases} \dfrac{1}{16}, & (x, y) \in D; \\ 0, & (x, y) \notin D; \end{cases}$$

де область $D = \{(x, y):\ 0 \le x \le 2,\ 0 \le y \le 8\}$. Перевірити, чи є залежними випадкові величини X і Y.

13. Двовимірна випадкова величина (X, Y) рівномірно розподілена в прямокутнику $D = \{(x, y):\ 0 \le x \le 2,\ 0 \le y \le 8\}$, тобто

$$p(x, y) = \begin{cases} \dfrac{1}{S}, & (x, y) \in D; \\ 0, & (x, y) \notin D; \end{cases}$$

$S -$ площа D. Знайти $E(X),\ E(Y),\ D(X),\ D(Y),\ p_X(x),\ p_Y(y),\ \mathrm{cov}(X, Y),\ \rho(X, Y).$

14. Випадкова величина X рівномірно розподілена на проміжку $[-16; 18]$, а випадкова величина Y розподілена нормально з параметрами $a = 0,\ \sigma = \sqrt{0,03}.$ Відомо, що коефіцієнт кореляції $\rho(X, Y) = 0,1.$ Знайти $E(XY).$

15. Знайти щільність розподілу випадкової величини $Y = 2X + 8,$ якщо відома щільність розподілу $p_X(x)$ випадкової величини X:

$$p_X(x) = \begin{cases} e^{-x}, & x > 0; \\ 0, & x \le 0. \end{cases}$$

Варіант 17

Для кожної задачі необхідно описати хід розв'язування.

1. На полицях книжкової шафи є 20 книг економічного спрямування і одна фізико-математичного. Студент навмання взяв 2 книги. Яка ймовірність того, що: 1) ці 2 книги економічного спрямування; 2) одна з них фізико-математична. Відповідь записати у вигляді звичайного дробу.

2. З цифр "1", "3", "7" складають одноцифрові, двоцифрові та трицифрові числа. Яка ймовірність, що навмання вибране з усіх складених чисел число є двоцифровим. Відповідь записати у вигляді звичайного дробу.

3. Студент носить з собою дві коробки сірників, в кожній з яких спочатку є 13 сірників. Кожен раз, коли він хоче дістати сірник, він вибирає одну з коробок навмання. Знайти ймовірність того, що коли він вперше витягне порожню коробку, в іншій коробці виявиться 13 сірників. Відповідь записати у вигляді звичайного дробу.

4. Випадкова величина X рівномірно розподілена на проміжку $[18, 28]$. Знайти $P\{X \in [25, 27]\}$.

5. Випадкова величина X розподілена нормально з математичним сподіванням a=17. Імовірність потрапляння X в інтервал (0; 17) дорівнює 0,1. Знайти ймовірність потрапляння X в інтервал (17; 34).

6. Щільність розподілу ймовірностей випадкової величини X має вигляд

$$p_X(x) = \begin{cases} k\,x, & x \in [0; 11]; \\ 0, & x \notin [0; 11]. \end{cases}$$

Випадкова величина Y зв'язана з X функціональною залежністю $Y = \dfrac{X^2}{121}$.

Знайти:

1) константу k;

2) функцію розподілу і щільність розподілу ймовірностей випадкової величини Y;

3) математичне сподівання і дисперсію випадкової величини Y, використовуючи вигляд її розподілу.

7. Задана функція розподілу випадкового вектора (X, Y)

$$F(x, y) = \frac{xy}{170^2}, \ \ 0 \le x \le 170, \ \ 0 \le y \le 170.$$

Знайти ймовірність потрапляння випадкової точки (X, Y) в прямокутник, обмежений прямими

$$x = 17, \quad x = 34, \quad y = 51, \quad y = 85.$$

8. Закон розподілу випадкового вектора (X, Y) заданий в таблиці:

X	Y		
	9	10	12
1	0,2	p	0,2
4	0,1	0,3	0,1

Знайти значення p і закони розподілу випадкових величин X і Y.

9. Здійснюються два постріли по мішені. Для кожного пострілу ймовірність влучання p=0,95, а ймовірність невлучання $q = 1 - p$. Випадкова величина X – кількість влучань при першому пострілі, випадкова величина Y – кількість невлучань при другому пострілі. Знайти закон розподілу випадкового вектора (X, Y).

10. Двовимірна випадкова величина (X, Y) має щільність розподілу

$$p(x, y) = \begin{cases} a(x + y), & (x, y) \in D; \\ 0, & (x, y) \notin D. \end{cases}$$

Область D – трикутник, обмежений прямими $x + y - 23 = 0$, $x = 0$, $y = 0$. Знайти коефіцієнт a. Відповідь записати у вигляді звичайного дробу.

11. Закон розподілу двовимірної випадкової величини (X, Y) заданий таблицею:

X	Y		
	2	3	5
-1	0,27	0,36	0,27
1	0,03	0,04	0,03

Перевірити, чи є залежними випадкові величини X і Y.

12. Щільність розподілу двовимірної випадкової величини (X, Y) задана у вигляді:

$$p(x, y) = \begin{cases} \dfrac{1}{9}, & (x, y) \in D; \\ 0, & (x, y) \notin D; \end{cases}$$

де область $D = \{(x, y):\ 0 \le x \le 1,\ 0 \le y \le 9\}$. Перевірити, чи є залежними випадкові величини X і Y.

13. Двовимірна випадкова величина (X, Y) рівномірно розподілена в прямокутнику $D = \{(x, y):\ 0 \le x \le 1,\ 0 \le y \le 9\}$, тобто

$$p(x, y) = \begin{cases} \dfrac{1}{S}, & (x, y) \in D; \\ 0, & (x, y) \notin D; \end{cases}$$

S – площа D. Знайти $E(X)$, $E(Y)$, $D(X)$, $D(Y)$, $p_X(x)$, $p_Y(y)$, $\operatorname{cov}(X, Y)$, $\rho(X, Y)$.

14. Випадкова величина X рівномірно розподілена на проміжку $[-17; 19]$, а випадкова величина Y розподілена нормально з параметрами $a = 0$, $\sigma = \sqrt{0,03}$. Відомо, що коефіцієнт кореляції $\rho(X, Y) = 0,1$. Знайти $E(XY)$.

15. Знайти щільність розподілу випадкової величини $Y = X + 9$, якщо відома щільність розподілу $p_X(x)$ випадкової величини X:

$$p_X(x) = \begin{cases} e^{-x}, & x > 0; \\ 0, & x \le 0. \end{cases}$$

Варіант 18

Для кожної задачі необхідно описати хід розв'язування.

1. На полицях книжкової шафи є 21 книга економічного спрямування і одна фізико-математичного. Студент навмання взяв 2 книги. Яка ймовірність того, що: 1) ці 2 книги економічного спрямування; 2) одна з них фізико-математична. Відповідь записати у вигляді звичайного дробу.

2. З цифр "4", "5", "7" складають одноцифрові, двоцифрові та трицифрові числа. Яка ймовірність, що навмання вибране з усіх складених чисел число є трицифровим. Відповідь записати у вигляді звичайного дробу.

3. Студент носить з собою дві коробки сірників, в кожній з яких спочатку є 13 сірників. Кожен раз, коли він хоче дістати сірник, він вибирає одну з коробок навмання. Знайти ймовірність того, що коли він вперше витягне порожню коробку, в іншій коробці виявиться 12 сірників. Відповідь записати у вигляді звичайного дробу.

4. Випадкова величина X рівномірно розподілена на проміжку $[19, 29]$. Знайти $P\{X \in [27, 29]\}$.

5. Випадкова величина X розподілена нормально з математичним сподіванням a=18. Імовірність потрапляння X в інтервал (0; 18) дорівнює 0,05. Знайти ймовірність потрапляння X в інтервал (18; 36).

6. Щільність розподілу ймовірностей випадкової величини X має вигляд

$$p_X(x) = \begin{cases} kx, & x \in [0; 10]; \\ 0, & x \notin [0; 10]. \end{cases}$$

Випадкова величина Y зв'язана з X функціональною залежністю $Y = \frac{X^2}{100}$.

Знайти:

1) константу k;

2) функцію розподілу і щільність розподілу ймовірностей випадкової величини Y;

3) математичне сподівання і дисперсію випадкової величини Y, використовуючи вигляд її розподілу.

7. Задана функція розподілу випадкового вектора (X, Y)

$$F(x, y) = \frac{xy}{180^2}, \ \ 0 \le x \le 180, \ \ 0 \le y \le 180.$$

Знайти ймовірність потрапляння випадкової точки (X, Y) в прямокутник, обмежений прямими

$$x = 18, \quad x = 36, \quad y = 54, \quad y = 90.$$

8. Закон розподілу випадкового вектора (X, Y) заданий в таблиці:

X	Y		
	1	2	4
2	0,2	p	0,2
5	0,1	0,3	0,1

Знайти значення p і закони розподілу випадкових величин X і Y.

9. Здійснюються два постріли по мішені. Для кожного пострілу ймовірність влучання $p=\frac{1}{3}$, а ймовірність невлучання $q=1-p$. Випадкова величина $X-$ кількість влучань при першому пострілі, випадкова величина $Y-$ кількість невлучань при другому пострілі. Знайти закон розподілу випадкового вектора (X,Y).

10. Двовимірна випадкова величина (X,Y) має щільність розподілу

$$p(x,y)=\begin{cases} a(x+y), & (x,y)\in D; \\ 0, & (x,y)\notin D. \end{cases}$$

Область $D-$ трикутник, обмежений прямими $x+y-22=0,\ x=0,\ y=0.$ Знайти коефіцієнт $a.$ Відповідь записати у вигляді звичайного дробу.

11. Закон розподілу двовимірної випадкової величини (X,Y) заданий таблицею:

X	Y		
	2	3	5
-1	0,24	0,32	0,24
1	0,06	0,08	0,06

Перевірити, чи є залежними випадкові величини X і Y.

12. Щільність розподілу двовимірної випадкової величини (X,Y) задана у вигляді:

$$p(x,y)=\begin{cases} \frac{1}{2}, & (x,y)\in D; \\ 0, & (x,y)\notin D; \end{cases}$$

де область $D=\{(x,y):\ 0\le x\le 2,\ 0\le y\le 1\}$. Перевірити, чи є залежними випадкові величини X і Y.

13. Двовимірна випадкова величина (X,Y) рівномірно розподілена в прямокутнику $D=\{(x,y):\ 0\le x\le 2,\ 0\le y\le 1\}$, тобто

$$p(x,y)=\begin{cases} \frac{1}{S}, & (x,y)\in D; \\ 0, & (x,y)\notin D; \end{cases}$$

$S-$ площа D. Знайти $E(X),\ E(Y),\ D(X),\ D(Y),\ p_X(x),\ p_Y(y),\ \mathrm{cov}(X,Y),\ \rho(X,Y).$

14. Випадкова величина X рівномірно розподілена на проміжку $[-18;20]$, а випадкова величина Y розподілена нормально з параметрами $a=0,\ \sigma=\sqrt{0,03}.$ Відомо, що коефіцієнт кореляції $\rho(X,Y)=0,1.$ Знайти $E(XY).$

15. Знайти щільність розподілу випадкової величини $Y=2X+1,$ якщо відома щільність розподілу $p_X(x)$ випадкової величини X:

$$p_X(x)=\begin{cases} e^{-x}, & x>0; \\ 0, & x\le 0. \end{cases}$$

Варіант 19

Для кожної задачі необхідно описати хід розв'язування.

1. На полицях книжкової шафи є 22 книги економічного спрямування і одна фізико-математичного. Студент навмання взяв 2 книги. Яка ймовірність того, що: 1) ці 2 книги економічного спрямування; 2) одна з них фізико-математична. Відповідь записати у вигляді звичайного дробу.

2. З цифр "1", "4", "6" складають одноцифрові, двоцифрові та трицифрові числа. Яка ймовірність, що навмання вибране з усіх складених чисел число є двоцифровим з різними цифрами. Відповідь записати у вигляді звичайного дробу.

3. Студент носить з собою дві коробки сірників, в кожній з яких спочатку є 14 сірників. Кожен раз, коли він хоче дістати сірник, він вибирає одну з коробок навмання. Знайти ймовірність того, що коли він вперше витягне порожню коробку, в іншій коробці виявиться 14 сірників. Відповідь записати у вигляді звичайного дробу.

4. Випадкова величина X рівномірно розподілена на проміжку [20, 30]. Знайти $P\{X \in [20,22]\}$.

5. Випадкова величина X розподілена нормально з математичним сподіванням a=19. Імовірність потрапляння X в інтервал (0; 19) дорівнює 0,45. Знайти ймовірність потрапляння X в інтервал (19; 38).

6. Щільність розподілу ймовірностей випадкової величини X має вигляд

$$p_X(x) = \begin{cases} k\,x, & x \in [0;\,20]; \\ 0, & x \notin [0;\,20]. \end{cases}$$

Випадкова величина Y зв'язана з X функціональною залежністю $Y = \dfrac{X^2}{400}$.

Знайти:

1) константу k;

2) функцію розподілу і щільність розподілу ймовірностей випадкової величини Y;

3) математичне сподівання і дисперсію випадкової величини Y, використовуючи вигляд її розподілу.

7. Задана функція розподілу випадкового вектора (X,Y)

$$F(x,y) = \frac{xy}{190^2},\;\; 0 \le x \le 190,\;\; 0 \le y \le 190.$$

Знайти ймовірність потрапляння випадкової точки (X,Y) в прямокутник, обмежений прямими

$$x = 19,\quad x = 38,\quad y = 57,\quad y = 95.$$

8. Закон розподілу випадкового вектора (X,Y) заданий в таблиці:

X	Y		
	2	3	5
3	0,2	p	0,2
6	0,1	0,3	0,1

Знайти значення p і закони розподілу випадкових величин X і Y.

9. Здійснюються два постріли по мішені. Для кожного пострілу ймовірність влучання $p=\frac{2}{3}$, а ймовірність невлучання $q=1-p$. Випадкова величина $X-$ кількість влучань при першому пострілі, випадкова величина $Y-$ кількість невлучань при другому пострілі. Знайти закон розподілу випадкового вектора (X,Y).

10. Двовимірна випадкова величина (X,Y) має щільність розподілу

$$p(x,y)=\begin{cases} a(x+y), & (x,y)\in D; \\ 0, & (x,y)\notin D. \end{cases}$$

Область $D-$ трикутник, обмежений прямими $x+y-21=0,\ x=0,\ y=0.$ Знайти коефіцієнт $a.$ Відповідь записати у вигляді звичайного дробу.

11. Закон розподілу двовимірної випадкової величини (X,Y) заданий таблицею:

X	Y		
	2	3	5
-1	0,21	0,28	0,21
1	0,09	0,12	0,09

Перевірити, чи є залежними випадкові величини X і Y.

12. Щільність розподілу двовимірної випадкової величини (X,Y) задана у вигляді:

$$p(x,y)=\begin{cases} \frac{1}{6}, \ (x,y)\in D; \\ 0, \quad (x,y)\notin D; \end{cases}$$

де область $D=\{(x,y):\ 0\le x\le 3,\ 0\le y\le 2\}$. Перевірити, чи є залежними випадкові величини X і Y.

13. Двовимірна випадкова величина (X,Y) рівномірно розподілена в прямокутнику $D=\{(x,y):\ 0\le x\le 3,\ 0\le y\le 2\}$, тобто

$$p(x,y)=\begin{cases} \frac{1}{S}, \ (x,y)\in D; \\ 0, \quad (x,y)\notin D; \end{cases}$$

$S-$ площа D. Знайти $E(X),\ E(Y),\ D(X),\ D(Y),\ p_X(x),\ p_Y(y),\ \mathrm{cov}(X,Y),\ \rho(X,Y).$

14. Випадкова величина X рівномірно розподілена на проміжку $[-19;21]$, а випадкова величина Y розподілена нормально з параметрами $a=0,\ \sigma=\sqrt{0,03}.$ Відомо, що коефіцієнт кореляції $\rho(X,Y)=0,1.$ Знайти $E(XY).$

15. Знайти щільність розподілу випадкової величини $Y=3X+2,$ якщо відома щільність розподілу $p_X(x)$ випадкової величини X:

$$p_X(x)=\begin{cases} e^{-x}, & x>0; \\ 0, & x\le 0. \end{cases}$$

Варіант 20

Для кожної задачі необхідно описати хід розв'язування.

1. На полицях книжкової шафи є 23 книги економічного спрямування і одна фізико-математичного. Студент навмання взяв 2 книги. Яка ймовірність того, що: 1) ці 2 книги економічного спрямування; 2) одна з них фізико-математична. Відповідь записати у вигляді звичайного дробу.

2. З цифр "2", "5", "6" складають одноцифрові, двоцифрові та трицифрові числа. Яка ймовірність, що навмання вибране з усіх складених чисел число є трицифровим з різними цифрами. Відповідь записати у вигляді звичайного дробу.

3. Студент носить з собою дві коробки сірників, в кожній з яких спочатку є 14 сірників. Кожен раз, коли він хоче дістати сірник, він вибирає одну з коробок навмання. Знайти ймовірність того, що коли він вперше витягне порожню коробку, в іншій коробці виявиться 13 сірників. Відповідь записати у вигляді звичайного дробу.

4. Випадкова величина X рівномірно розподілена на проміжку $[21, 31]$. Знайти $P\{X \in [22,24]\}$.

5. Випадкова величина X розподілена нормально з математичним сподіванням a=20. Імовірність потрапляння X в інтервал (0; 20) дорівнює 0,4. Знайти ймовірність потрапляння X в інтервал (20; 40).

6. Щільність розподілу ймовірностей випадкової величини X має вигляд

$$p_X(x) = \begin{cases} k\,x, & x \in [0;\, 21]; \\ 0, & x \notin [0;\, 21]. \end{cases}$$

Випадкова величина Y зв'язана з X функціональною залежністю $Y = \dfrac{X^2}{441}$.

Знайти:

1) константу k;

2) функцію розподілу і щільність розподілу ймовірностей випадкової величини Y;

3) математичне сподівання і дисперсію випадкової величини Y, використовуючи вигляд її розподілу.

7. Задана функція розподілу випадкового вектора (X,Y)

$$F(x,y) = \frac{xy}{200^2},\ \ 0 \le x \le 200,\ \ 0 \le y \le 200.$$

Знайти ймовірність потрапляння випадкової точки (X,Y) в прямокутник, обмежений прямими

$$x = 20, \quad x = 40, \quad y = 60, \quad y = 100.$$

8. Закон розподілу випадкового вектора (X,Y) заданий в таблиці:

X	Y		
	3	4	6
4	0,2	p	0,2
7	0,1	0,3	0,1

Знайти значення p і закони розподілу випадкових величин X і Y.

9. Здійснюються два постріли по мішені. Для кожного пострілу ймовірність влучання $p = \frac{1}{6}$, а ймовірність невлучання $q = 1 - p$. Випадкова величина $X -$ кількість влучань при першому пострілі, випадкова величина $Y -$ кількість невлучань при другому пострілі. Знайти закон розподілу випадкового вектора (X, Y).

10. Двовимірна випадкова величина (X, Y) має щільність розподілу

$$p(x, y) = \begin{cases} a(x + y), & (x, y) \in D; \\ 0, & (x, y) \notin D. \end{cases}$$

Область $D -$ трикутник, обмежений прямими $x + y - 20 = 0,\ x = 0,\ y = 0.$ Знайти коефіцієнт $a.$ Відповідь записати у вигляді звичайного дробу.

11. Закон розподілу двовимірної випадкової величини (X, Y) заданий таблицею:

X	Y		
	2	3	5
-1	0,18	0,24	0,18
1	0,12	0,16	0,12

Перевірити, чи є залежними випадкові величини X і Y.

12. Щільність розподілу двовимірної випадкової величини (X, Y) задана у вигляді:

$$p(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{12}, (x, y) \in D; \\ 0, \quad (x, y) \notin D; \end{cases}$$

де область $D = \{(x, y):\ 0 \le x \le 4,\ 0 \le y \le 3\}$. Перевірити, чи є залежними випадкові величини X і Y.

13. Двовимірна випадкова величина (X, Y) рівномірно розподілена в прямокутнику $D = \{(x, y):\ 0 \le x \le 4,\ 0 \le y \le 3\}$, тобто

$$p(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{S}, (x, y) \in D; \\ 0, \quad (x, y) \notin D; \end{cases}$$

$S -$ площа D. Знайти $E(X),\ E(Y),\ D(X),\ D(Y),\ p_X(x),\ p_Y(y),\ \mathrm{cov}(X, Y),\ \rho(X, Y).$

14. Випадкова величина X рівномірно розподілена на проміжку $[-20; 22]$, а випадкова величина Y розподілена нормально з параметрами $a = 0,\ \sigma = \sqrt{0,03}.$ Відомо, що коефіцієнт кореляції $\rho(X, Y) = 0,1.$ Знайти $E(XY).$

15. Знайти щільність розподілу випадкової величини $Y = 4X + 3,$ якщо відома щільність розподілу $p_X(x)$ випадкової величини X:

$$p_X(x) = \begin{cases} e^{-x}, & x > 0; \\ 0, & x \le 0. \end{cases}$$

Варіант 21

Для кожної задачі необхідно описати хід розв'язування.

1. На полицях книжкової шафи є 24 книги економічного спрямування і одна фізико-математичного. Студент навмання взяв 2 книги. Яка ймовірність того, що: 1) ці 2 книги економічного спрямування; 2) одна з них фізико-математична. Відповідь записати у вигляді звичайного дробу.

2. З цифр "1", "4", "8" складають одноцифрові, двоцифрові та трицифрові числа. Яка ймовірність, що навмання вибране з усіх складених чисел число є одноцифровим. Відповідь записати у вигляді звичайного дробу.

3. Студент носить з собою дві коробки сірників, в кожній з яких спочатку є 15 сірників. Кожен раз, коли він хоче дістати сірник, він вибирає одну з коробок навмання. Знайти ймовірність того, що коли він вперше витягне порожню коробку, в іншій коробці виявиться 15 сірників. Відповідь записати у вигляді звичайного дробу.

4. Випадкова величина X рівномірно розподілена на проміжку $[22, 32]$. Знайти $P\{X \in [24, 26]\}$.

5. Випадкова величина X розподілена нормально з математичним сподіванням a=21. Імовірність потрапляння X в інтервал (0; 21) дорівнює 0,35. Знайти ймовірність потрапляння X в інтервал (21; 42).

6. Щільність розподілу ймовірностей випадкової величини X має вигляд

$$p_X(x) = \begin{cases} k\,x, & x \in [0;\, 22]; \\ 0, & x \notin [0;\, 22]. \end{cases}$$

Випадкова величина Y зв'язана з X функціональною залежністю $Y = \dfrac{X^2}{484}$.

Знайти:

1) константу k;

2) функцію розподілу і щільність розподілу ймовірностей випадкової величини Y;

3) математичне сподівання і дисперсію випадкової величини Y, використовуючи вигляд її розподілу.

7. Задана функція розподілу випадкового вектора (X, Y)

$$F(x, y) = \frac{xy}{210^2},\ \ 0 \le x \le 210,\ \ 0 \le y \le 210.$$

Знайти ймовірність потрапляння випадкової точки (X, Y) в прямокутник, обмежений прямими

$$x = 21, \quad x = 42, \quad y = 63, \quad y = 105.$$

8. Закон розподілу випадкового вектора (X, Y) заданий в таблиці:

X	Y		
	4	5	7
5	0,2	p	0,2
8	0,1	0,3	0,1

Знайти значення p і закони розподілу випадкових величин X і Y.

9. Здійснюються два постріли по мішені. Для кожного пострілу ймовірність влучання $p = \frac{1}{7}$, а ймовірність невлучання $q = 1 - p$. Випадкова величина $X -$ кількість влучань при першому пострілі, випадкова величина $Y -$ кількість невлучань при другому пострілі. Знайти закон розподілу випадкового вектора (X, Y).

10. Двовимірна випадкова величина (X, Y) має щільність розподілу

$$p(x, y) = \begin{cases} a(x + y), & (x, y) \in D; \\ 0, & (x, y) \notin D. \end{cases}$$

Область $D -$ трикутник, обмежений прямими $x + y - 19 = 0,\ x = 0,\ y = 0.$ Знайти коефіцієнт $a.$ Відповідь записати у вигляді звичайного дробу.

11. Закон розподілу двовимірної випадкової величини (X, Y) заданий таблицею:

X	Y		
	2	3	5
-1	0,15	0,2	0,15
1	0,15	0,2	0,15

Перевірити, чи є залежними випадкові величини X і Y.

12. Щільність розподілу двовимірної випадкової величини (X, Y) задана у вигляді:

$$p(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{20}, & (x, y) \in D; \\ 0, & (x, y) \notin D; \end{cases}$$

де область $D = \{(x, y):\ 0 \le x \le 5,\ 0 \le y \le 4\}.$ Перевірити, чи є залежними випадкові величини X і Y.

13. Двовимірна випадкова величина (X, Y) рівномірно розподілена в прямокутнику $D = \{(x, y):\ 0 \le x \le 5,\ 0 \le y \le 4\}$, тобто

$$p(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{S}, & (x, y) \in D; \\ 0, & (x, y) \notin D; \end{cases}$$

$S -$ площа D. Знайти $E(X), E(Y), D(X), D(Y), p_X(x),\ p_Y(y), \operatorname{cov}(X, Y), \rho(X, Y).$

14. Випадкова величина X рівномірно розподілена на проміжку $[-21; 23]$, а випадкова величина Y розподілена нормально з параметрами $a = 0,\ \sigma = \sqrt{0,03}.$ Відомо, що коефіцієнт кореляції $\rho(X, Y) = 0,1.$ Знайти $E(XY).$

15. Знайти щільність розподілу випадкової величини $Y = 5X + 4,$ якщо відома щільність розподілу $p_X(x)$ випадкової величини X:

$$p_X(x) = \begin{cases} e^{-x}, & x > 0; \\ 0, & x \le 0. \end{cases}$$

Варіант 22

Для кожної задачі необхідно описати хід розв'язування.

1. На полицях книжкової шафи є 25 книг економічного спрямування і одна фізико-математичного. Студент навмання взяв 2 книги. Яка ймовірність того, що: 1) ці 2 книги економічного спрямування; 2) одна з них фізико-математична. Відповідь записати у вигляді звичайного дробу.

2. З цифр "4", "5", "7" складають одноцифрові, двоцифрові та трицифрові числа. Яка ймовірність, що навмання вибране з усіх складених чисел число є двоцифровим. Відповідь записати у вигляді звичайного дробу.

3. Студент носить з собою дві коробки сірників, в кожній з яких спочатку є 15 сірників. Кожен раз, коли він хоче дістати сірник, він вибирає одну з коробок навмання. Знайти ймовірність того, що коли він вперше витягне порожню коробку, в іншій коробці виявиться 14 сірників. Відповідь записати у вигляді звичайного дробу.

4. Випадкова величина X рівномірно розподілена на проміжку [23, 33]. Знайти $P\{X \in [26, 28]\}$.

5. Випадкова величина X розподілена нормально з математичним сподіванням a=22. Імовірність потрапляння X в інтервал (0; 22) дорівнює 0,3. Знайти ймовірність потрапляння X в інтервал (22; 44).

6. Щільність розподілу ймовірностей випадкової величини X має вигляд

$$p_X(x) = \begin{cases} k\,x, & x \in [0;\,23]; \\ 0, & x \notin [0;\,23]. \end{cases}$$

Випадкова величина Y зв'язана з X функціональною залежністю $Y = \dfrac{X^2}{529}$.

Знайти:

1) константу k;

2) функцію розподілу і щільність розподілу ймовірностей випадкової величини Y;

3) математичне сподівання і дисперсію випадкової величини Y, використовуючи вигляд її розподілу.

7. Задана функція розподілу випадкового вектора (X, Y)

$$F(x, y) = \frac{xy}{220^2}, \quad 0 \le x \le 220, \quad 0 \le y \le 220.$$

Знайти ймовірність потрапляння випадкової точки (X, Y) в прямокутник, обмежений прямими

$$x = 22, \quad x = 44, \quad y = 66, \quad y = 110.$$

8. Закон розподілу випадкового вектора (X, Y) заданий в таблиці:

X	Y		
	5	6	8
6	0,2	p	0,2
9	0,1	0,3	0,1

Знайти значення p і закони розподілу випадкових величин X і Y.

9. Здійснюються два постріли по мішені. Для кожного пострілу ймовірність влучання $p = \frac{2}{7}$, а ймовірність невлучання $q = 1 - p$. Випадкова величина X – кількість влучань при першому пострілі, випадкова величина Y – кількість невлучань при другому пострілі. Знайти закон розподілу випадкового вектора (X, Y).

10. Двовимірна випадкова величина (X, Y) має щільність розподілу

$$p(x, y) = \begin{cases} a(x + y), & (x, y) \in D; \\ 0, & (x, y) \notin D. \end{cases}$$

Область D – трикутник, обмежений прямими $x + y - 18 = 0$, $x = 0$, $y = 0$. Знайти коефіцієнт a. Відповідь записати у вигляді звичайного дробу.

11. Закон розподілу двовимірної випадкової величини (X, Y) заданий таблицею:

X	Y		
	2	3	5
-1	0,12	0,16	0,12
1	0,18	0,24	0,18

Перевірити, чи є залежними випадкові величини X і Y.

12. Щільність розподілу двовимірної випадкової величини (X, Y) задана у вигляді:

$$p(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{30}, & (x, y) \in D; \\ 0, & (x, y) \notin D; \end{cases}$$

де область $D = \{(x, y): 0 \le x \le 6, 0 \le y \le 5\}$. Перевірити, чи є залежними випадкові величини X і Y.

13. Двовимірна випадкова величина (X, Y) рівномірно розподілена в прямокутнику $D = \{(x, y): 0 \le x \le 6, 0 \le y \le 5\}$, тобто

$$p(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{S}, & (x, y) \in D; \\ 0, & (x, y) \notin D; \end{cases}$$

S – площа D. Знайти $E(X)$, $E(Y)$, $D(X)$, $D(Y)$, $p_X(x)$, $p_Y(y)$, $\mathrm{cov}(X, Y)$, $\rho(X, Y)$.

14. Випадкова величина X рівномірно розподілена на проміжку $[-22; 24]$, а випадкова величина Y розподілена нормально з параметрами $a = 0$, $\sigma = \sqrt{0{,}03}$. Відомо, що коефіцієнт кореляції $\rho(X, Y) = 0{,}1$. Знайти $E(XY)$.

15. Знайти щільність розподілу випадкової величини $Y = 6X + 5$, якщо відома щільність розподілу $p_X(x)$ випадкової величини X:

$$p_X(x) = \begin{cases} e^{-x}, & x > 0; \\ 0, & x \le 0. \end{cases}$$

Варіант 23

Для кожної задачі необхідно описати хід розв'язування.

1. На полицях книжкової шафи є 26 книг економічного спрямування і одна фізико-математичного. Студент навмання взяв 2 книги. Яка ймовірність того, що: 1) ці 2 книги економічного спрямування; 2) одна з них фізико-математична. Відповідь записати у вигляді звичайного дробу.

2. З цифр "1", "8", "9" складають одноцифрові, двоцифрові та трицифрові числа. Яка ймовірність, що навмання вибране з усіх складених чисел число є трицифровим. Відповідь записати у вигляді звичайного дробу.

3. Студент носить з собою дві коробки сірників, в кожній з яких спочатку є 16 сірників. Кожен раз, коли він хоче дістати сірник, він вибирає одну з коробок навмання. Знайти ймовірність того, що коли він вперше витягне порожню коробку, в іншій коробці виявиться 16 сірників. Відповідь записати у вигляді звичайного дробу.

4. Випадкова величина X рівномірно розподілена на проміжку [24, 34]. Знайти $P\{X \in [28,30]\}$.

5. Випадкова величина X розподілена нормально з математичним сподіванням a=23. Імовірність потрапляння X в інтервал (0; 23) дорівнює 0,25. Знайти ймовірність потрапляння X в інтервал (23; 46).

6. Щільність розподілу ймовірностей випадкової величини X має вигляд

$$p_X(x) = \begin{cases} k\,x, & x \in [0;\,24]; \\ 0, & x \notin [0;\,24]. \end{cases}$$

Випадкова величина Y зв'язана з X функціональною залежністю $Y = \dfrac{X^2}{576}$.

Знайти:

1) константу k;

2) функцію розподілу і щільність розподілу ймовірностей випадкової величини Y;

3) математичне сподівання і дисперсію випадкової величини Y, використовуючи вигляд її розподілу.

7. Задана функція розподілу випадкового вектора (X, Y)

$$F(x, y) = \frac{xy}{230^2}, \;\; 0 \le x \le 230, \;\; 0 \le y \le 230.$$

Знайти ймовірність потрапляння випадкової точки (X, Y) в прямокутник, обмежений прямими

$$x = 23, \quad x = 46, \quad y = 69, \quad y = 115.$$

8. Закон розподілу випадкового вектора (X, Y) заданий в таблиці:

X	Y		
	6	7	9
7	0,2	p	0,2
10	0,1	0,3	0,1

Знайти значення p і закони розподілу випадкових величин X і Y.

9. Здійснюються два постріли по мішені. Для кожного пострілу ймовірність влучання $p=\frac{3}{7}$, а ймовірність невлучання $q=1-p$. Випадкова величина $X-$ кількість влучань при першому пострілі, випадкова величина $Y-$ кількість невлучань при другому пострілі. Знайти закон розподілу випадкового вектора (X,Y).

10. Двовимірна випадкова величина (X,Y) має щільність розподілу

$$p(x,y)=\begin{cases} a(x+y), & (x,y)\in D; \\ 0, & (x,y)\notin D. \end{cases}$$

Область $D-$ трикутник, обмежений прямими $x+y-17=0,\ x=0,\ y=0.$ Знайти коефіцієнт $a.$ Відповідь записати у вигляді звичайного дробу.

11. Закон розподілу двовимірної випадкової величини (X,Y) заданий таблицею:

X	Y		
	2	3	5
-1	0,09	0,12	0,09
1	0,21	0,28	0,21

Перевірити, чи є залежними випадкові величини X і Y.

12. Щільність розподілу двовимірної випадкової величини (X,Y) задана у вигляді:

$$p(x,y)=\begin{cases} \frac{1}{42}, & (x,y)\in D; \\ 0, & (x,y)\notin D; \end{cases}$$

де область $D=\{(x,y):\ 0\le x\le 7,\ 0\le y\le 6\}$. Перевірити, чи є залежними випадкові величини X і Y.

13. Двовимірна випадкова величина (X,Y) рівномірно розподілена в прямокутнику $D=\{(x,y):\ 0\le x\le 7,\ 0\le y\le 6\}$, тобто

$$p(x,y)=\begin{cases} \frac{1}{S}, & (x,y)\in D; \\ 0, & (x,y)\notin D; \end{cases}$$

$S-$ площа D. Знайти $E(X),\ E(Y),\ D(X),\ D(Y),\ p_X(x),\ p_Y(y),\ \mathrm{cov}(X,Y),\ \rho(X,Y).$

14. Випадкова величина X рівномірно розподілена на проміжку $[-23;25]$, а випадкова величина Y розподілена нормально з параметрами $a=0,\ \sigma=\sqrt{0,03}.$ Відомо, що коефіцієнт кореляції $\rho(X,Y)=0,1.$ Знайти $E(XY).$

15. Знайти щільність розподілу випадкової величини $Y=7X+6,$ якщо відома щільність розподілу $p_X(x)$ випадкової величини X:

$$p_X(x)=\begin{cases} e^{-x}, & x>0; \\ 0, & x\le 0. \end{cases}$$

Варіант 24

Для кожної задачі необхідно описати хід розв'язування.

1. На полицях книжкової шафи є 27 книг економічного спрямування і одна фізико-математичного. Студент навмання взяв 2 книги. Яка ймовірність того, що: 1) ці 2 книги економічного спрямування; 2) одна з них фізико-математична. Відповідь записати у вигляді звичайного дробу.

2. З цифр "2", "3", "9" складають одноцифрові, двоцифрові та трицифрові числа. Яка ймовірність, що навмання вибране з усіх складених чисел число є двоцифровим з різними цифрами. Відповідь записати у вигляді звичайного дробу.

3. Студент носить з собою дві коробки сірників, в кожній з яких спочатку є 16 сірників. Кожен раз, коли він хоче дістати сірник, він вибирає одну з коробок навмання. Знайти ймовірність того, що коли він вперше витягне порожню коробку, в іншій коробці виявиться 15 сірників. Відповідь записати у вигляді звичайного дробу.

4. Випадкова величина X рівномірно розподілена на проміжку [25, 35]. Знайти $P\{X \in [30,32]\}$.

5. Випадкова величина X розподілена нормально з математичним сподіванням a=24. Імовірність потрапляння X в інтервал (0; 24) дорівнює 0,2. Знайти ймовірність потрапляння X в інтервал (24; 48).

6. Щільність розподілу ймовірностей випадкової величини X має вигляд

$$p_X(x) = \begin{cases} k\,x, & x \in [0;\,25]; \\ 0, & x \notin [0;\,25]. \end{cases}$$

Випадкова величина Y зв'язана з X функціональною залежністю $Y = \dfrac{X^2}{625}$.

Знайти:

1) константу k;

2) функцію розподілу і щільність розподілу ймовірностей випадкової величини Y;

3) математичне сподівання і дисперсію випадкової величини Y, використовуючи вигляд її розподілу.

7. Задана функція розподілу випадкового вектора (X, Y)

$$F(x, y) = \frac{xy}{240^2},\;\; 0 \le x \le 240,\;\; 0 \le y \le 240.$$

Знайти ймовірність потрапляння випадкової точки (X, Y) в прямокутник, обмежений прямими

$$x = 24, \quad x = 48, \quad y = 72, \quad y = 120.$$

8. Закон розподілу випадкового вектора (X, Y) заданий в таблиці:

X	Y		
	7	8	10
8	0,2	p	0,2
11	0,1	0,3	0,1

Знайти значення p і закони розподілу випадкових величин X і Y.

9. Здійснюються два постріли по мішені. Для кожного пострілу ймовірність влучання $p=\frac{4}{7}$, а ймовірність невлучання $q=1-p$. Випадкова величина $X-$ кількість влучань при першому пострілі, випадкова величина $Y-$ кількість невлучань при другому пострілі. Знайти закон розподілу випадкового вектора (X,Y).

10. Двовимірна випадкова величина (X,Y) має щільність розподілу

$$p(x,y)=\begin{cases} a(x+y), & (x,y)\in D; \\ 0, & (x,y)\notin D. \end{cases}$$

Область $D-$ трикутник, обмежений прямими $x+y-16=0,\ x=0,\ y=0.$ Знайти коефіцієнт $a.$ Відповідь записати у вигляді звичайного дробу.

11. Закон розподілу двовимірної випадкової величини (X,Y) заданий таблицею:

X	Y		
	2	3	5
-1	0,078	0,104	0,078
1	0,222	0,296	0,222

Перевірити, чи є залежними випадкові величини X і Y.

12. Щільність розподілу двовимірної випадкової величини (X,Y) задана у вигляді:

$$p(x,y)=\begin{cases} \frac{1}{56}, & (x,y)\in D; \\ 0, & (x,y)\notin D; \end{cases}$$

де область $D=\{(x,y):\ 0\le x\le 8,\ 0\le y\le 7\}$. Перевірити, чи є залежними випадкові величини X і Y.

13. Двовимірна випадкова величина (X,Y) рівномірно розподілена в прямокутнику $D=\{(x,y):\ 0\le x\le 8,\ 0\le y\le 7\}$, тобто

$$p(x,y)=\begin{cases} \frac{1}{S}, & (x,y)\in D; \\ 0, & (x,y)\notin D; \end{cases}$$

$S-$ площа D. Знайти $E(X),\ E(Y),\ D(X),\ D(Y),\ p_X(x),\ p_Y(y),\ \mathrm{cov}(X,Y),\ \rho(X,Y).$

14. Випадкова величина X рівномірно розподілена на проміжку $[-24;26]$, а випадкова величина Y розподілена нормально з параметрами $a=0,\ \sigma=\sqrt{0{,}03}.$ Відомо, що коефіцієнт кореляції $\rho(X,Y)=0{,}1.$ Знайти $E(XY).$

15. Знайти щільність розподілу випадкової величини $Y=8X+7,$ якщо відома щільність розподілу $p_X(x)$ випадкової величини X:

$$p_X(x)=\begin{cases} e^{-x}, & x>0; \\ 0, & x\le 0. \end{cases}$$

Варіант 25

Для кожної задачі необхідно описати хід розв'язування.

1. На полицях книжкової шафи є 28 книг економічного спрямування і одна фізико-математичного. Студент навмання взяв 2 книги. Яка ймовірність того, що: 1) ці 2 книги економічного спрямування; 2) одна з них фізико-математична. Відповідь записати у вигляді звичайного дробу.

2. З цифр "3", "4", "8" складають одноцифрові, двоцифрові та трицифрові числа. Яка ймовірність, що навмання вибране з усіх складених чисел число є трицифровим з різними цифрами. Відповідь записати у вигляді звичайного дробу.

3. Студент носить з собою дві коробки сірників, в кожній з яких спочатку є 17 сірників. Кожен раз, коли він хоче дістати сірник, він вибирає одну з коробок навмання. Знайти ймовірність того, що коли він вперше витягне порожню коробку, в іншій коробці виявиться 17 сірників. Відповідь записати у вигляді звичайного дробу.

4. Випадкова величина X рівномірно розподілена на проміжку [26, 36]. Знайти $P\{X \in [32,34]\}$.

5. Випадкова величина X розподілена нормально з математичним сподіванням a=25. Імовірність потрапляння X в інтервал (0; 25) дорівнює 0,15. Знайти ймовірність потрапляння X в інтервал (25; 50).

6. Щільність розподілу ймовірностей випадкової величини X має вигляд

$$p_X(x) = \begin{cases} k\,x, & x \in [0;\,26]; \\ 0, & x \notin [0;\,26]. \end{cases}$$

Випадкова величина Y зв'язана з X функціональною залежністю $Y = \dfrac{X^2}{676}$.

Знайти:

1) константу k;

2) функцію розподілу і щільність розподілу ймовірностей випадкової величини Y;

3) математичне сподівання і дисперсію випадкової величини Y, використовуючи вигляд її розподілу.

7. Задана функція розподілу випадкового вектора (X,Y)

$$F(x,y) = \frac{xy}{250^2}, \ \ 0 \le x \le 250, \ \ 0 \le y \le 250.$$

Знайти ймовірність потрапляння випадкової точки (X,Y) в прямокутник, обмежений прямими

$$x = 25, \quad x = 50, \quad y = 75, \quad y = 125.$$

8. Закон розподілу випадкового вектора (X,Y) заданий в таблиці:

X	Y		
	8	9	11
9	0,2	p	0,2
12	0,1	0,3	0,1

Знайти значення p і закони розподілу випадкових величин X і Y.

9. Здійснюються два постріли по мішені. Для кожного пострілу ймовірність влучання $p=\frac{5}{7}$, а ймовірність невлучання $q=1-p$. Випадкова величина $X-$ кількість влучань при першому пострілі, випадкова величина $Y-$ кількість невлучань при другому пострілі. Знайти закон розподілу випадкового вектора (X,Y).

10. Двовимірна випадкова величина (X,Y) має щільність розподілу

$$p(x,y)=\begin{cases} a(x+y), & (x,y)\in D; \\ 0, & (x,y)\notin D. \end{cases}$$

Область $D-$ трикутник, обмежений прямими $x+y-15=0,\ x=0,\ y=0.$ Знайти коефіцієнт $a.$ Відповідь записати у вигляді звичайного дробу.

11. Закон розподілу двовимірної випадкової величини (X,Y) заданий таблицею:

X	Y		
	2	3	5
-1	0,081	0,108	0,081
1	0,219	0,292	0,219

Перевірити, чи є залежними випадкові величини X і Y.

12. Щільність розподілу двовимірної випадкової величини (X,Y) задана у вигляді:

$$p(x,y)=\begin{cases} \frac{1}{72}, & (x,y)\in D; \\ 0, & (x,y)\notin D; \end{cases}$$

де область $D=\{(x,y):\ 0\le x\le 9,\ 0\le y\le 8\}$. Перевірити, чи є залежними випадкові величини X і Y.

13. Двовимірна випадкова величина (X,Y) рівномірно розподілена в прямокутнику $D=\{(x,y):\ 0\le x\le 9,\ 0\le y\le 8\}$, тобто

$$p(x,y)=\begin{cases} \frac{1}{S}, & (x,y)\in D; \\ 0, & (x,y)\notin D; \end{cases}$$

$S-$ площа D. Знайти $E(X),\ E(Y),\ D(X),\ D(Y),\ p_X(x),\ p_Y(y),\ \mathrm{cov}(X,Y),\ \rho(X,Y).$

14. Випадкова величина X рівномірно розподілена на проміжку $[-25;27]$, а випадкова величина Y розподілена нормально з параметрами $a=0,\ \sigma=\sqrt{0,03}$. Відомо, що коефіцієнт кореляції $\rho(X,Y)=0,1.$ Знайти $E(XY).$

15. Знайти щільність розподілу випадкової величини $Y=9X+8,$ якщо відома щільність розподілу $p_X(x)$ випадкової величини X:

$$p_X(x)=\begin{cases} e^{-x}, & x>0; \\ 0, & x\le 0. \end{cases}$$

Варіант 26

Для кожної задачі необхідно описати хід розв'язування.

1. На полицях книжкової шафи є 29 книг економічного спрямування і одна фізико-математичного. Студент навмання взяв 2 книги. Яка ймовірність того, що: 1) ці 2 книги економічного спрямування; 2) одна з них фізико-математична. Відповідь записати у вигляді звичайного дробу.

2. З цифр "3", "7", "9" складають одноцифрові, двоцифрові та трицифрові числа. Яка ймовірність, що навмання вибране з усіх складених чисел число є одноцифровим. Відповідь записати у вигляді звичайного дробу.

3. Студент носить з собою дві коробки сірників, в кожній з яких спочатку є 17 сірників. Кожен раз, коли він хоче дістати сірник, він вибирає одну з коробок навмання. Знайти ймовірність того, що коли він вперше витягне порожню коробку, в іншій коробці виявиться 16 сірників. Відповідь записати у вигляді звичайного дробу.

4. Випадкова величина X рівномірно розподілена на проміжку $[27, 37]$. Знайти $P\{X \in [34; 36]\}$.

5. Випадкова величина X розподілена нормально з математичним сподіванням a=26. Імовірність потрапляння X в інтервал (0; 26) дорівнює 0,1. Знайти ймовірність потрапляння X в інтервал (26; 52).

6. Щільність розподілу ймовірностей випадкової величини X має вигляд

$$p_X(x) = \begin{cases} kx, \; x \in [0;\, 27]; \\ 0, \quad x \notin [0;\, 27]. \end{cases}$$

Випадкова величина Y зв'язана з X функціональною залежністю $Y = \dfrac{X^2}{729}$.

Знайти:

1) константу k;

2) функцію розподілу і щільність розподілу ймовірностей випадкової величини Y;

3) математичне сподівання і дисперсію випадкової величини Y, використовуючи вигляд її розподілу.

7. Задана функція розподілу випадкового вектора (X, Y)

$$F(x, y) = \frac{xy}{260^2}, \; 0 \le x \le 260, \; 0 \le y \le 260.$$

Знайти ймовірність потрапляння випадкової точки (X, Y) в прямокутник, обмежений прямими

$$x = 26, \;\; x = 52, \;\; y = 78, \;\; y = 130.$$

8. Закон розподілу випадкового вектора (X, Y) заданий в таблиці:

X	Y		
	9	10	12
8	0,2	p	0,2
11	0,1	0,3	0,1

Знайти значення p і закони розподілу випадкових величин X і Y.

9. Здійснюються два постріли по мішені. Для кожного пострілу ймовірність влучання $p = \frac{6}{7}$, а ймовірність невлучання $q = 1 - p$. Випадкова величина $X -$ кількість влучань при першому пострілі, випадкова величина $Y -$ кількість невлучань при другому пострілі. Знайти закон розподілу випадкового вектора (X, Y).

10. Двовимірна випадкова величина (X, Y) має щільність розподілу

$$p(x, y) = \begin{cases} a(x+y), & (x, y) \in D; \\ 0, & (x, y) \notin D. \end{cases}$$

Область $D -$ трикутник, обмежений прямими $x + y - 27 = 0,\ x = 0,\ y = 0.$ Знайти коефіцієнт $a.$ Відповідь записати у вигляді звичайного дробу.

11. Закон розподілу двовимірної випадкової величини (X, Y) заданий таблицею:

X	Y		
	2	3	5
-1	0,06	0,08	0,06
1	0,24	0,32	0,24

Перевірити, чи є залежними випадкові величини X і Y.

12. Щільність розподілу двовимірної випадкової величини (X, Y) задана у вигляді:

$$p(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{72}, & (x, y) \in D; \\ 0, & (x, y) \notin D; \end{cases}$$

де область $D = \{(x, y):\ 0 \le x \le 8,\ 0 \le y \le 9\}$. Перевірити, чи є залежними випадкові величини X і Y.

13. Двовимірна випадкова величина (X, Y) рівномірно розподілена в прямокутнику $D = \{(x, y):\ 0 \le x \le 1,\ 0 \le y \le 3\}$, тобто

$$p(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{S}, & (x, y) \in D; \\ 0, & (x, y) \notin D; \end{cases}$$

$S -$ площа D. Знайти $E(X),\ E(Y),\ D(X),\ D(Y),\ p_X(x),\ p_Y(y),\ \mathrm{cov}(X, Y),\ \rho(X, Y).$

14. Випадкова величина X рівномірно розподілена на проміжку $[-26; 28]$, а випадкова величина Y розподілена нормально з параметрами $a = 0,\ \sigma = \sqrt{0{,}03}.$ Відомо, що коефіцієнт кореляції $\rho(X, Y) = 0{,}1.$ Знайти $E(XY).$

15. Знайти щільність розподілу випадкової величини $Y = 8X + 9,$ якщо відома щільність розподілу $p_X(x)$ випадкової величини X:

$$p_X(x) = \begin{cases} e^{-x}, & x > 0; \\ 0, & x \le 0. \end{cases}$$