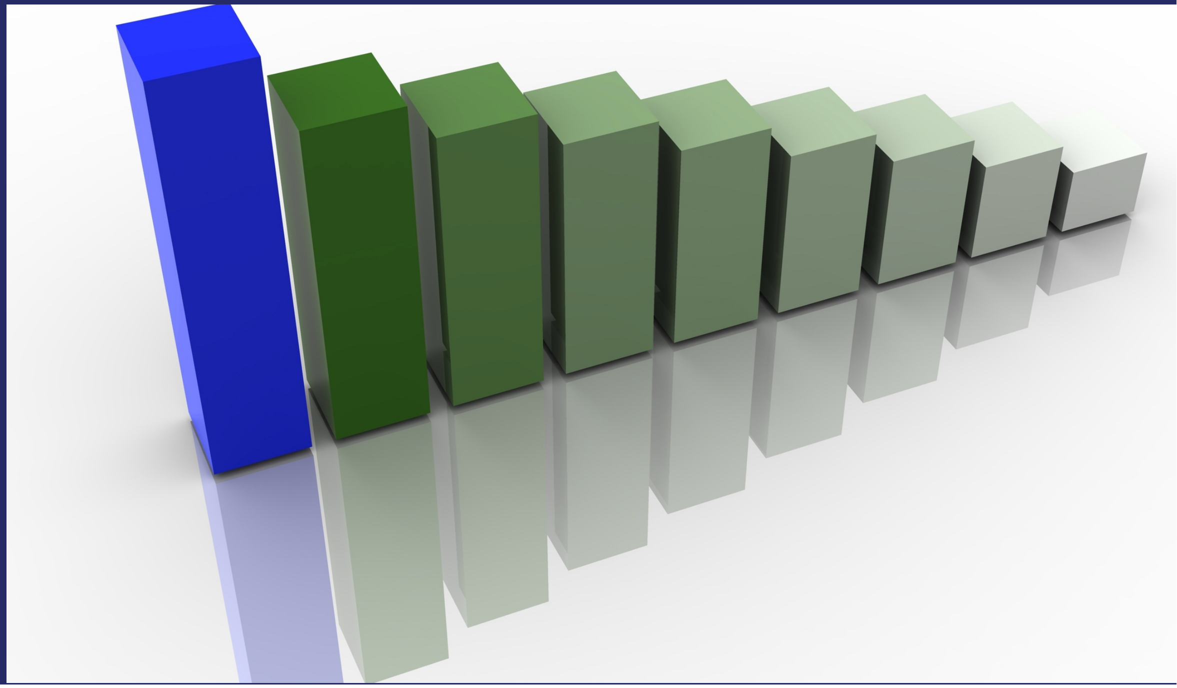
В учебном пособии даны краткие сведения по теории надёжности и представлены примеры решения задач определения показателей надёжности невосстанавливаемых и восстанавливаемых систем с помощью аналитических и имитационных моделей. Для каждой задачи приведён полный текст модели GPSS World и дано сравнение результатов аналитического и имитационного моделирования. Книга будет полезна студентам и аспирантам, изучающим теорию надёжности, а также специалистам, интересующимся вопросами построения имитационных моделей случайных процессов.



Юрий Жерновый

Имитационные модели расчёта надёжности систем

Использование GPSS World

Жерновый Юрий, кандидат физ.-мат. наук, доцент Львовского национального университета имени Ивана Франко. Автор более 90 научных статей, 2-х монографий и 5-ти учебных пособий.

978-613-9-98119-9

LAP LAMBERT Academic Publishing

В учебном пособии даны краткие сведения по теории надёжности и представлены примеры решения задач определения показателей надёжности невосстанавливаемых и восстанавливаемых систем с помощью аналитических и имитационных моделей. Для каждой задачи приведён полный текст модели *GPSS World* и дано сравнение результатов аналитического и имитационного моделирования. Книга будет полезна студентам и аспирантам, изучающим теорию надёжности, а также специалистам, интересующимся вопросами построения имитационных моделей случайных процессов.

Видеопрезентация:
https://youtu.be/PG85_ROwr_4
Купить можно здесь:
https://www.morebooks.shop/gb/search?utf8=%E2%9C%93&q=%D0%96%D0%B5%D1%80%D0%BD%D0%BE%D0%B2%D1%8B%D0%B9

Содержание

ВВЕДЕНИЕ

Аналитический аппарат, применяемый для решения задач теории надёжности невосстанавливаемых систем, в настоящее время разработан достаточно хорошо, но в случае систем сложной структуры формулы для вычисления параметров надёжности вследствие их громоздкости и наличия несобственных интегралов не всегда могут быть реализованы даже с использованием систем символьной математики *Mathematica, MathCad* и др. Характеристики надёжности системы, как правило, выражаются через плотности распределения времени жизни элементов, поэтому программа, созданная с помощью системы символьной математики для одного распределения, требует существенной переработки, если возникает необходимость расчёта для другого распределения. Аналитические модели для анализа надёжности восстанавливаемых систем разработаны только для случая показательных распределений времени безотказной работы и времени восстановления. Использование имитационных моделей для решения задач теории надёжности позволяет избежать большинства недостатков, присущих аналитическому моделированию, но следует помнить, что результаты имитационного моделирования – это результаты статистического эксперимента, поэтому они являются приближёнными.

В настоящем учебном пособии продемонстрированы возможности использования имитационного моделирования для решения задач теории надёжности. Для создания моделей статистических экспериментов, позволяющих определять приближённые значения параметров надёжности невосстанавливаемых и восстанавливаемых систем, в книге используются программные средства системы имитационного моделирования GPSS World. Система GPSS World основана на оригинальном языке компьютерного моделирования GPSS (General Purpose Simulation System – общецелевая система моделирования). С основами построения и принципами функционирования этой системы можно ознакомиться в учебных пособиях [1, 4, 6, 10].

Теория надёжности – наука, изучающая закономерности отказов технических систем.

Надёжностью называется свойство технического объекта сохранять свои характеристики (параметры) в определённых пределах при заданных условиях эксплуатации.

Отказом называется событие, после возникновения которого характеристики технического объекта (параметры) выходят за допустимые пределы.

Элемент – объект (материальный, энергетический, информационный), обладающий рядом свойств, внутреннее строение (содержание) которого значения не имеет. В теории надёжности под элементом понимают элемент, узел, блок, имеющий показатель надёжности, который самостоятельно учитывается при расчёте показателей надёжности системы.

Система – совокупность связанных между собой элементов, обладающая свойством (назначением, функцией), отличительной от свойств отдельных её элементов.

Технические системы могут быть *невосстанавливаемыми* и *восстанавливаемыми*, *резервированными* и *нерезервированными*.

Техническая система называется *невосстанавливаемой* (неремонтируемой), если её отказ приводит к необратимым последствиям и систему невозможно использовать по своему назначению. Работа после отказа невосстанавливаемой системы считается невозможной или нецелесообразной. Типичными примерами невосстанавливаемых систем являются полупроводниковые приборы, управляемые снаряды, система управления воздушным судном в процессе полёта и т. п.

Под *восстанавливаемой* (ремонтируемой) подразумевают систему, которая может продолжать выполнение своих функций после устранения отказа, вызвавшего прекращение её функционирования. Работа восстанавливаемой системы после отказа может быть возобновлена в результате проведения необходимых восстановительных работ. При этом под восстановлением системы понимают не только ремонт тех или иных элементов системы, но и полную замену отказавших элементов новыми.

Резервированием называют способ повышения надёжности путём использования резервных единиц, способных в случае отказа основного устройства выполнять его функции. *Общим* называется такое резервирование системы, при котором параллельно используются (включаются) идентичны системы. *Раздельным* называется резервирование системы путём использования отдельных резервных устройств.

Отношение числа резервных устройств к числу основных называется *кратностью резервирования*. Если основной элемент только один, то такое резервирование называется резервированием с целой кратностью, в противном случае – с дробной кратностью. Резервирование может быть с восстановлением, если основные и резервные элементы ремонтируются в процессе эксплуатации, и без восстановления в противном случае.

Основными способами использования резервных устройств при отказах основных являются: *постоянное резервирование*, при котором резервные объекты соединены с основными в течение всего времени работы; *резервирование замещением*, при котором резервные объекты замещают основные только после отказа последних.

Вероятностью безотказной работы (функцией надёжности) $P(t)$ называется вероятность того, что технический объект не откажет в течение времени t или что время X работы до отказа технического объекта больше времени его функционирования t:

$$P(t) = P\{X > t\}.$$

$P(t)$ – убывающая функция времени, для которой $P(0) = 1,$ $P(+\infty) = 0.$ Вероятность безотказной работы характеризует надёжность невосстанавливаемой техники или восстанавливаемой до первого отказа. Функция $P(t)$ характеризует надёжность во времени и является интервальной оценкой.

Функция распределения вероятностей времени безотказной работы (времени жизни) X

$$F(t) = P\{X < t\}$$

и $P(t)$ – это вероятности противоположных событий, поэтому $P(t) = 1 - F(t).$

Плотность распределения времени безотказной работы $f(t)$ называется *частотой отказов* и характеризует надёжность в данный момент, то есть является точечной характеристикой.

Интенсивностью отказов называется отношение плотности распределения времени безотказной работы к вероятности безотказной работы объекта:

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{P(t)}.$$

Из определения $\lambda(t)$ следует, что $\lambda(t) = -\frac{P'(t)}{P(t)},$ то есть $\int_0^t \lambda(u)du = -\ln P(t)$

или

$$P(t) = e^{-\int_0^t \lambda(u)du}.$$

Среднее время безотказной работы $E(X)$ – это математическое ожидание времени жизни технического объекта:

$$E(X)=\int_0^{\infty} tf(t)dt.$$

Интегрируя по частям, получим

$$E(X)=\int_0^{\infty} tf(t)dt=-\int_0^{\infty} tP'(t)dt=-tP(t)\Big|_0^{\infty}+\int_0^{\infty} P(t)dt=\int_0^{\infty} P(t)dt,$$

поскольку $P(0)=1,\ \ P(+\infty)=0.$

Надёжность восстанавливаемых объектов оценивают следующим показателями:

$E(X)-$ среднее время работы между отказами (средняя наработка на отказ);

$K_г(t)-$ функция готовности – вероятность того, что система исправна в момент t;

$K_п(t)-$ функция простоя – вероятность того, что в момент t система неисправна и восстанавливается;

$K_г-$ коэффициент готовности – вероятность того, что система будет исправной при длительной эксплуатации (стационарный режим);

$K_п-$ коэффициент простоя – вероятность того, что система будет неисправной при длительной эксплуатации.

Для показателей надёжности и выполняются следующие соотношения:

$$K_г(t)+K_п(t)=1,\quad K_г=\lim_{t\to\infty}K_г(t),\quad K_п=\lim_{t\to\infty}K_п(t).$$

Для времени безотказной работы в теории надёжности чаще других используются следующие распределения: показательное, гамма-распределение, распределение Вейбулла.

Для показательного распределения:

$$F(t)=1-e^{-\lambda t},\quad f(t)=\lambda e^{-\lambda t},\quad \lambda>0,\ \ t\ge 0;$$

$$P(t)=e^{-\lambda t},\quad \lambda(t)=\frac{f(t)}{P(t)}=\lambda=const;$$

$$E(X)=1/\lambda,\quad D(X)=1/\lambda^2,\quad V=\frac{\sqrt{D(X)}}{E(X)}=1.$$

Для гамма-распределения:

$$f(t)=\frac{t^{\alpha-1}}{\beta^{\alpha}\Gamma(\alpha)}e^{-\frac{t}{\beta}},\ \ \alpha>0,\ \ \beta>0,\ \ t\ge 0,\quad \Gamma(t)=\int_0^{\infty}x^{t-1}e^{-x}dx;$$

$$E(X)=\alpha\beta,\qquad D(X)=\alpha\beta^2,\qquad V=\frac{\sqrt{D(X)}}{E(X)}=\frac{1}{\sqrt{\alpha}};$$

$$P(t)=\int_t^{\infty}\frac{x^{\alpha-1}}{\beta^{\alpha}\Gamma(\alpha)}e^{-\frac{x}{\beta}}dx=1-\int_0^{t}\frac{x^{\alpha-1}}{\beta^{\alpha}\Gamma(\alpha)}e^{-\frac{x}{\beta}}dx.$$

Для распределения Вейбулла:

$$F(t)=1-e^{-\left(\frac{t}{\beta}\right)^{\alpha}},\ \ f(t)=\frac{\alpha t^{\alpha-1}}{\beta^{\alpha}}e^{-\left(\frac{t}{\beta}\right)^{\alpha}},\ \ \alpha>0,\ \ \beta>0,\ \ t\ge 0;$$

$$E(X)=\beta\Gamma\left(1+\frac{1}{\alpha}\right),\ \ D(X)=\beta^2\left(\Gamma\left(1+\frac{2}{\alpha}\right)-\Gamma^2\left(1+\frac{1}{\alpha}\right)\right),$$

$$P(t)=e^{-\left(\frac{t}{\beta}\right)^{\alpha}},\quad \lambda(t)=\frac{\alpha}{\beta^{\alpha}}t^{\alpha-1},\ \ V=\frac{\sqrt{D(X)}}{E(X)}=\frac{\sqrt{\Gamma\left(1+\frac{2}{\alpha}\right)-\Gamma^2\left(1+\frac{1}{\alpha}\right)}}{\Gamma\left(1+\frac{1}{\alpha}\right)}.$$

Здесь использованы обозначения: $D(X)-$дисперсия, $V-$ коэффициент вариации.

В GPSS World существуют библиотечные операторы, предназначенные для моделирования основных распределений случайных величин. Приведём некоторые из них.

(Uniform(n,a,b))

Задаётся случайная величина, распределённая равномерно на промежутке [a,b]. Номер генератора случайных чисел n – произвольное натуральное число.

(Exponential(n,0,a))

Задаётся случайная величина, распределённая согласно показательному закону со средним значением a. Номер генератора случайных чисел n.

(Gamma(n,0,b,a))

Задаётся случайная величина, распределенная согласно гамма-распределению с параметром формы $\alpha=a$ и параметром масштаба $\beta=b.$ Номер генератора случайных чисел n.

(Weibull(n,0,b,a))

Задаётся случайная величина, распределенная согласно распределению Вейбулла с параметром формы $\alpha = a$ и параметром масштаба $\beta = b$. Номер генератора случайных чисел n.

(Normal(n,a,σ))

Задаётся случайная величина, распределенная нормально со средним значением a и средним квадратическим отклонением σ. Номер генератора случайных чисел n.

Предлагаемое вниманию читателей учебное пособие состоит из двух глав, в которых даны краткие сведения по теории надёжности [3, 7, 9] и представлены решения задач определения показателей надёжности невосстанавливаемых и восстанавливаемых систем с помощью аналитических и имитационных моделей. Для каждой задачи приведён полный текст модели GPSS World и дано сравнение результатов аналитического и имитационного моделирования.

Книга будет полезна студентам и аспирантам, изучающим теорию надёжности, а также специалистам, которых интересуют вопросы построения имитационных моделей случайных процессов.