Основи теорії надійності
Індивідуальні завдання

У звіті про виконання індивідуальних завдань необхідно наводити не лише одержані результати, а й текст програм Mathematica та GPSS World (+ стандартний звіт GPSS World). У всіх завданнях $k-$ номер варіанту.

Завдання 1, 2, 3, 5, 6, 7, 11, 12, 13 – по 8 балів;
завдання 4, 8, 9, 10 – по 7 балів.

1. Задана невідновлювана мажоритарна система «k з $k+3$», де $k-$ номер варіанту. Система виходить з ладу в такий момент поломки одного з елементів, коли працюють $k-1$ інші елементи і не працюють 3 елементи. Розглядаємо показниковий розподіл часу життя кожного елемента з середнім значенням 10 ($\lambda = 0{,}1$).

1) Побудувати модель GPSS World, за допомогою якої визначити гістограму розподілу часу безвідмовної роботи системи та його середнє значення. Час моделювання $t = 10^6$, номери всіх генераторів випадкових чисел дорівнюють 1. Довжина інтервалів гістограми 1, кількість інтервалів 40.

2) Обчислити середнє значення часу безвідмовної роботи за формулою (використати систему Mathematica) і порівняти зі значенням, одержаним за допомогою імітаційної моделі.

2. Для закону розподілу Вейбулла з середнім значенням 10 і коефіцієнтом варіації $V = (k+5)/(k+10)$ обчислити параметри α, β розподілу, де $k-$ номер варіанту. Використати систему Mathematica.

1) За допомогою моделі GPSS World побудувати гістограму цього розподілу. Час моделювання $t = 10^6$, номери всіх генераторів випадкових чисел дорівнюють 1. Довжина інтервалів гістограми 1, кількість інтервалів 70.

2) Для часу моделювання $t = 10^5$ побудувати графічне зображення гістограми.

3. Задана невідновлювана система, яка складається з $15-k$ ($k-$ номер варіанту) паралельно з’єднаних елементів. Відмова системи настає внаслідок поломки елемента з найбільшим часом безвідмовної роботи. Розглядаємо показниковий розподіл часу життя кожного елемента з середнім значенням 10 ($\lambda = 0{,}1$).

1) Побудувати модель GPSS World, за допомогою якої визначити гістограму розподілу часу безвідмовної роботи системи та його середнє значення. Час моделювання $t = 10^6$, номери всіх генераторів випадкових чисел дорівнюють 1. Довжина інтервалів гістограми 1, кількість інтервалів 100.

2) Обчислити середнє значення часу безвідмовної роботи за формулою (використати систему Mathematica) і порівняти зі значенням, одержаним за допомогою імітаційної моделі.

4. Розглянути модифікований нормальний розподіл, який побудовано на основі нормального закону з параметрами $a = 10$, $\sigma = 20/k$ ($k-$ номер варіанту), але у випадку, коли випадкова величина набуває від'ємного значення, ми беремо його модуль.

1) За допомогою моделі GPSS World побудувати гістограму цього розподілу. Час моделювання $t = 10^6$, номери всіх генераторів випадкових чисел дорівнюють 1. Довжина інтервалів гістограми 1, кількість інтервалів 70.

2) Для часу моделювання $t = 10^5$ побудувати графічне зображення гістограми.

5. Задана відновлювана чотириелементна система з паралельним з'єднанням і чотирма каналамим ремонту. Час безвідмовної роботи і час відновлення (ремонту) розподілені за показниковими законами з параметрами $\lambda = k/(k+2),\ \ \mu = 1,$ де $k-$ номер варіанту.

1) Користуючись графом станів системи, записати систему звичайних диференціальних рівнянь для ймовірностей станів і розв'язати її за дпомогою GPSS World (час моделювання 20). Користуючись розв'язками, обчислити коефіцієнт готовності системи K.

2) Користуючись графом станів, записати систему лінійних алгебраїчних рівнянь для стаціонарних імовірностей станів типу $\lambda_k p_k = \mu_{k+1} p_{k+1},$ доповнити її нормувальною умовою і знайти числові розв'язки p_k $(0 \le k \le 4)$ за допомогою системи Mathematica. Користуючись розв'язками, обчислити коефіцієнт готовності системи K.

3) Порівняти результати, одержані в п.1 і 2.

6. Задана відновлювана чотириелементна система з послідовним з'єднанням і чотирма каналами ремонту. Час безвідмовної роботи і час відновлення (ремонту) розподілені за показниковими законами з параметрами $\lambda = k/(k+2),\ \ \mu = 1,$ де $k-$ номер варіанту. Система виходить з ладу в момент кожного виходу зі стану "0", і в цей момент елементи, що ще не вийшли з ладу, продовжують працювати.

1) Користуючись графом станів, записати систему лінійних алгебраїчних рівнянь для стаціонарних імовірностей станів типу $\lambda_k p_k = \mu_{k+1} p_{k+1},$ доповнити її нормувальною умовою і знайти числові розв'язки p_k $(0 \le k \le 4)$ за допомогою системи Mathematica. Користуючись розв'язками, обчислити коефіцієнт готовності системи K.

2) Записати і розв'язати систему рівнянь для визначення середнього часу простою $E(X_{SI})$ за допомогою системи Mathematica або вручну. Підставивши значення λ і μ, обчислити $E(X_{SI})$.

7. Задана відновлювана триелементна система з паралельним з'єднанням і одним каналом ремонту. Час безвідмовної роботи і час відновлення (ремонту) розподілені за показниковими законами з параметрами $\lambda = k/(30-k),\ \ \mu = 1,$ де $k-$ номер варіанту.

1) Вивести формули для стаціонарних імовірностей станів системи і обчислити ці стаціонарні ймовірності, коефіцієнт готовності системи K і середній час простою $E(X_{SI})$.

2) Записати і розв’язати систему рівнянь для визначення середнього часу до відмови системи $E(X_S)$ та середнього часу між відмовами $E(\tilde{X}_S)$. Обчислити $E(X_S)$ і $E(\tilde{X}_S)$.

8. Задана відновлювана система без резерву. Час безвідмовної роботи і час відновлення (ремонту) розподілені за показниковими законами з параметрами $\lambda = k/(30-k)$, $\mu = 1$, де $k-$ номер варіанту. В початковий момент часу система перебуває в робочому стані.

1) За допомогою системи Mathematica побудувати графік залежності функції готовності $K(t)$ від часу для $t \in [0; 10]$.

2) Обчислити значення коефіцієнта готовності системи K.

9. Задана відновлювана двоелементна система з постійно увімкненим резервом і відсутністю черги на ремонт (систему обслуговують дві ремонтні бригади). Час безвідмовної роботи і час відновлення (ремонту) елементів № 1 і № 2 розподілені за показниковими законами з параметрами $\lambda_1 = k/(30-k)$, $\mu_1 = 1$, $\lambda_2 = k/(35-k)$, $\mu_2 = 2$, де $k-$ номер варіанту. За допомогою системи Mathematica розв’язати систему алгебраїчних рівнянь для стаціонарних імовірностей станів системи та обчислити значення коефіцієнта готовності системи K.

10. Задана відновлювана система без резерву. Час безвідмовної роботи розподілений за показниковим законом з параметром $\lambda = k/(30-k)$, а час відновлення (ремонту) має гамма-розподіл з параметрами $\beta = 100-k$, $\alpha = 1/\beta$, де $k-$ номер варіанту. За допомогою імітаційної моделі GPSS World обчислити коефіцієнт готовності системи K (використати дані таблиці Dis). Час моделювання $t = 10^6$, номери всіх генераторів випадкових чисел дорівнюють 1.

11. Задана відновлювана двоелементна система з постійно увімкненим резервом і відсутністю черги на ремонт (систему обслуговують дві ремонтні бригади). Час безвідмовної роботи елементів № 1 і № 2 розподілений за показниковим законом з параметрами $\lambda_1 = k/(30-k)$, $\lambda_2 = k/(35-k)$ відповідно, де $k-$ номер варіанту. Час відновлення (ремонту) елементів розподілений рівномірно на проміжках $[(26-k)/(2k); (34-k)/(2k)]$ і $[(31-k)/(2k); (39-k)/(2k)]$ відповідно, де $k-$ номер варіанту. За допомогою імітаційної моделі GPSS World обчислити коефіцієнт готовності системи K (спростити модель 2.2.1 і використати дані таблиці Dis). Час моделювання $t = 10^6$, номери всіх генераторів випадкових чисел дорівнюють 1.

12. Задана відновлювана одноелементна система, в якій застосовується резервування заміщенням (один резервний елемент) і є 2 канали ремонту. Елементи системи ідентичні, розподіли часу життя і часу ремонту елементів показникові з параметрами $\lambda = k/(25-k)$, $\mu = 1$ відповідно, де $k-$ номер варіанту. Нехай “k” – стан системи, який означає, що k елементів вийшли з ладу, p_k- стаціонарна ймовірність перебування системи у стані “k”.

1) Користуючись графом станів, записати систему лінійних алгебраїчних рівнянь типу $\lambda_k p_k = \mu_{k+1} p_{k+1}$, доповнити її нормувальною умовою і отримати формули для стаціонарних імовірностей p_k $(0 \le k \le 2)$. Обчислити ці стаціонарні ймовірності та коефіцієнт готовності системи K.

2) Записати і розв'язати систему рівнянь для визначення середнього часу до відмови системи $E(X_S)$ та середнього часу між відмовами $E(\tilde{X}_S)$. Обчислити $E(X_S)$ і $E(\tilde{X}_S)$.

<u>13.</u> Відновлювана система складається з $n+m$ ідентичних елементів. Розподіли часу життя і часу ремонту кожного елемента показникові з параметрами $\lambda = k/10$ ($k-$ номер варіанту) і $\mu = 0{,}5$ відповідно. Основні $n=4$ елементи з'єднані послідовно, $m=3-$ кількість резервних елементів, застосовується роздільне резервування заміщенням. Кількість каналів ремонту $c=2$. Припускаємо, що ті $n-1$ елементів, які працювали в момент виходу системи з ладу, продовжують працювати під час простою системи і можуть виходити з ладу. Нехай “k” – стан системи, який означає, що k елементів вийшли з ладу, $p_k -$ стаціонарна ймовірність перебування системи у стані “k”.

1) Користуючись графом станів, записати систему лінійних алгебраїчних рівнянь типу $\lambda_k p_k = \mu_{k+1} p_{k+1}$, доповнити її нормувальною умовою і знайти числові розв'язки p_k $(0 \le k \le m+n)$ за допомогою системи Mathematica.

2) Обчислити коефіцієнт готовності K і середній час простою системи $E(X_{SI})$. Для $E(X_{SI})$ використати формулу, виведену на лекціях.