МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ ТЕОРИИ НАДЕЖНОСТИ

Б. В. Гнеденко, Ю. К. Беляев, И. Н. Коваленко

ВВЕДЕНИЕ

В настоящем кратком обзоре мы предполагаем дать не только представление о задачах, уже получивших решение, но и некоторую классификацию направлений исследований, заслуживающих, по нашему убеждению, включения в теорию надежности. При этом мы ограничиваемся лишь теми направлениями, в которых основную роль играют методы теории вероятностей и математической статистики. Мы не стремились при составлении списка работ указать возможно большее число авторов и статей, а ограничились совсем небольшим их числом, поскольку сейчас имеются хорошо составленные библиографические сводки по теории надежности.

§ 1. ЗНАЧЕНИЕ ВОПРОСОВ НАДЕЖНОСТИ УСТРОЙСТВ В СОВРЕМЕННОЙ ТЕХНИКЕ, НЕОБХОДИМОСТЬ ПРИВЛЕЧЕНИЯ СТАТИСТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ПРОБЛЕМ ТЕОРИИ И ПРАКТИКИ НАДЕЖНОСТИ

Внимание к теории надежности непрерывно возрастает во всем мире. Вопросами повышения надежности продукции начинают интересоваться не только отдельные инженеры и ученые, но и государственные деятели, организаторы науки, а также специалисты многих областей знания — врачи, астрономы, физики и биологи. И этот интерес не случаен, так как он вызван к жизни всем устремлением современной науки и техники, в силу которого для управления различного рода процессами и для научного исследования все шире используются механизмы и электронные устройства. Ответственность функций, поручаемых аппаратуре возрастает, а вместе с этим возрастает и сложность этих устройств. Чтобы составить некоторое представление об их сложности, мы воспользуемся примерами, приведенными в статьях Тэрмэна [145] и Хэллоуэлла [107]: система управления американского межконтинентального снаряда «Атлас» содержит около 300 000 элементов; вычислительное устройство системы дальнего обнаружения ПВО США содержит свыше 50 000 электронных ламп, 170 000 диодов, 547 000 сопротивлений, 189 000 конденсаторов. Для того чтобы столь сложное оборудование действовало; необходимо поддерживать каждый элемент в рабочем состоянии. К чему может привести отказ одного единственного элемента, например обрыв подводящего провода, можно представить, рассмотрев нарушение работы стимулятора сердечной деятельности, вмонтированного в организм больного.

Неудовлетворительность такого положения была отмечена в одном из докладов М. В. Келдыша. Им было сказано, что «при возрастающей важности функций, выполняемых электронными приборами и автоматическими системами, остро встает проблема обеспечения их надежности. Недопустимо, чтобы в устройствах, насчитывающих многие тысячи электронных и механических элементов, выход из строя одного или даже нескольких элементов вызвал нарушение процесса работы. Это ставит серьезные задачи по повышению надежности элементов. Но еще более важно создать такие методы построения сложных комплексов, которые обеспечивали бы надежную работу даже при выходе из строя отдельных элементов, подобно тому как отдельные повреждения в живом организме не нарушают его нормальной деятельности. В этих направлениях уже предложен ряд принципов, но стоит задача создания теоретических основ обеспечения надежности»

Отметим, что усложнение функций и увеличение ответственности, возлагаемых на разного рода устройства, приводят к необходимости осуществления двух взаимно противоречивых требований: усложнения этих устройств (а вместе с этим увеличения числа составляющих их элементов и уменьшения надежности устройства в целом) и одновременного увеличения требований к надежности устройства. Несомненно, что разрешение этого противоречия непосильно одной математике и возможно лишь в совместном труде физика, математика и техника. Отсюда становится ясным, что математике отводится в теории надежности хотя и очень значительная, но все же ограниченная роль.

Исключительно важным и недостаточно разработанным вопросом является выяснение экономического значения повышения надежности для народного хозяйства. Повышение надежности, как правило, требует некоторых затрат. В связи с этим возникает вопрос о разыскании экономически оправданного уровня надежности, превышение которого при данном уровне технологии и качестве исходных материалов приведет к экономически неоправданному удорожанию продукции. Вместе с тем безоговорочное стремление снизить себестоимость продукции без одновременного установления уровня минимально допустимой надежности может привести и во многих случаях приводит к резкому повышению эксплуатационных расходов, ложащихся тяжелым бременем на другие отрасли народного хозяйства. Нередко случается так, что небольшие суммы, сэкономленные в процессе производства продукции, ведут к необходимости больших затрат в процессе ее эксплуатации. Возникает задача определения экономически целесообразного уровня себестоимости, при котором не нарушалась бы установленная надежность продукции в сторону ее ухудшения. Выработка критериев экономической эффективности продукции и разыскание оптимальных путей организации производства могут и должны стать центральными задачами теории надежности.

Одна из возможных постановок задач такого рода может быть сформулирована следующим образом. Обозначим через $R(t)$ надежность интересующей нас системы и через $W[R(t)]$ ее стоимость (стоимость, как мы уже говорили, является некоторым функционалом от надежности системы). Каждый отказ для своего устранения требует некоторых затрат, вообще говоря, зависящих от многих случайных причин. Обозначим через ξ_i затраты на устранение i-го отказа. Кроме того, каждый отказ влечет за собой некоторый ущерб, также зависящий от многих обстоятельств (от времени, когда он наступил, от длительности восстановления рабочего состояния и пр.); мы обозначим его буквой y_i. Если за время t произошло n отказов, то нанесенный ущерб равен $\Sigma(\xi_i + y_i)$. Среднее значение этого ущерба равно $M\Sigma(\xi_i + y_i)$. Общие затраты, т. е. основные и эксплуатационные расходы, в среднем равны:

$$V(t) = W[R(t)] + M\Sigma(\xi_i + y_i).$$

Если t — срок службы устройства, то естественно, чтобы затраты по содержанию и приведению в порядок устройства были минимальны. Возможны и другие постановки задач об отыскании экономически целесообразной надежности изделий. Например, можно требовать, чтобы в максимум обращался общий экономический эффект от использования данного устройства, т. е. стоимость $S[R(t)]$ произведенной с его помощью продукции за вычетом $V(t)$:

$$L(t) = S[R(t)] - V(t).$$

Мы считаем исключительно важным разделом теории надежности ее экономический аспект. К сожалению, задачи этого характера пока разработаны крайне недостаточно и ограничиваются в лучшем случае несовершенным сбором статистических данных об ущербе, наносимом стране пренебрежением к надежности изделий. Имеющиеся в нашем распоряжении материалы убедительно показывают, что стремление к увеличению количества выпущенных изделий за счет их качества в ряде случаев приводит не к ликвидации голода на них, а к еще большей их нехватке. Заслуживает упоминания работа Арроу [69]. Этот автор рассматривает оптимальную политику капиталовложений, учитывая надежность оборудования. Для вычисления экономического показателя, характеризующего скорость амортизации оборудования, Арроу использовал аппарат теории процессов восстановления. Интересный элементарный подход имеется в работе Бозинова [77].

Программа обеспечения надежности изделия должна включать в себя все этапы создания и эксплуатации: проектирование, производство испытания, сбор и обработку статистических данных. На каждом из этих этапов возникают многочисленные своеобразные математические задачи, решение которых в настоящее время еще далеко от завершения. За последние годы в печати появилось большое число работ, в которых систематически излагаются программы обеспечения надежности различного типа продукции. Несколько докладов этого направления опубликованы в трудах национальных симпозиумов США по теории надежности (см., например, работы Клемента [81], Моррисона [128]).

В статье Райерсона [136] дается интересное расчленение истории развития работ по теории надежности в США на этапы. Таких этапов условно он отмечает четыре: 1930—1940 гг.— выработка стандартов, 1940—1950 гг.— разработка статистических методов текущего и приемочного контроля за качеством продукции; 1950—1960 гг.— постановка задач и систематическое изучение вопросов надежности элементов; с 1960 г. наметилась тенденция изучения надежности систем на всех стадиях их создания — от проектирования до эксплуатации включительно.

На всех стадиях изучения и обеспечения надежности изделий неизбежно приходится сталкиваться с типично случайными явлениями: длительность бесперебойной работы элемента или системы, наступление момента отказа, длительность поиска неисправности, время на ее устранение, оценка качества партии изделий по выборке, оценка однородности двух групп изделий, оценка запасов для обеспечения бесперебойной работы аппаратуры в течение заданного срока и т. д. Подобного же рода задачи возникают при оценке целесообразности тех или иных изменений в схеме устройства или же в плане его использования. Это обстоятельство хорошо известно и поэтому основным методом количественного исследования вопросов теории надежности признанно считаются теория вероятностей и математическая статистика. Организация стендовых испытаний, проверки качества изделий, приемочного контроля и назначения эксплуатационного режима не может поэтому обойтись без использования теории вероятностей и разработки соответствующих вопросов математической статистики.

В существующей, пока еще сравнительно немногочисленной монографической литературе значительное место отводится изложению элементов математической статистики. Для примера укажем, что в монографии Калабро [78] из 16 глав половина посвящена теории вероятностей и математической статистике. То же самое относится и к монографии Ллойда и Липова [36]. Как мы увидим в следующем параграфе, само понятие надежности имеет существенно вероятностный характер. Из общих работ по теории надежности отметим последнюю статью Б. Р. Левина и И. А. Ушакова [34].

§ 2. КОЛИЧЕСТВЕННАЯ ОЦЕНКА НАДЕЖНОСТИ. НАДЕЖНОСТЬ ЭЛЕМЕНТА И НАДЕЖНОСТЬ СИСТЕМ. ФУНКЦИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ СИСТЕМЫ

В настоящем параграфе мы изложим общие принципы построения математических моделей, применяемых в теории надежности, а также укажем общий метод построения различных количественных показателей надежности.

Проблемы надежности начали привлекать к себе пристальное внимание сравнительно недавно, поэтому естественно, что еще не установилась однозначная и общепринятая терминология. Сравнительно недавно издан словарь терминов по надежности в области радиоэлектроники [59]. Его составлению предшествовала большая дискуссия, в том числе и на страницах печати. Основным исходным понятием теории надежности является надежность системы (элемента и др.). Под надежностью системы (элемента и т. п.) обычно понимают способность этой системы выполнять поставленную перед ней задачу при заданных требованиях на качество работы. Это чисто качественное понятие должно измеряться различными количественными показателями.

Под надежностью системы (как количественной характеристикой) принято понимать вероятность безотказной ее работы в течение заданного интервала времени [118]. Такой узкий подход к понятию надежности в ряде случаев недостаточен. Поэтому в некоторых работах, например [98], предлагаются «более общие» термины: эффективность и др.

Заметим, что при том многообразии требований, с которым приходится сталкиваться на практике, нередко нужно характеризовать надежность изделий посредством то одного, то другого показателя. Так, в одних случаях может потребоваться, чтобы возможно большей была долговечность изделия, в других — максимальная вероятность безотказной работы в течение заданного промежутка T, а в третьих, чтобы средняя длительность безотказной работы была максимально большой. Может возникнуть необходимость достижения максимальной величины сразу нескольких характеристик. Иногда эти требования могут оказаться и взаимно противоречивыми. Тогда следует добиться оптимального в каком-то определенном смысле решения. Выбор понятия оптимальности при этом всецело определяется назначением того устройства, которое подвергается исследованию.

Мы сказали, что надежность (элемента, блока, узла, системы) означает способность изделия сохранять свойства, необходимые для выполнения того назначения, ради которого оно изготовлено. Добавим теперь, что три качества особенно важны для надежных изделий: их безотказность в работе, долговечность и ремонтопригодность. В качестве количественной оценки безотказности целесообразно выбрать вероятность непрерывного рабочего состояния изделия в течение времени T. О долговечности мы уже упоминали. Ремонтопригодность включает в себя множество различных требований — приспособленность к обнаружению отказов, их устранению, быстроту их исправления, стоимость исправления, приспособленность к проведению профилактических мероприятий.

Очень важно добиться перелома в сознании проектировщиков и хозяйственников и признать, что следует добиться не вообще долговечности, а максимальной экономически оправданной долговечности. Можно изготовить такое изделие, которое станет работать очень долго за счет большого числа ремонтов и восстановлений его работоспособности. Но до каких пор следует доводить эту долговечность? Для ответа на этот вопрос следует привлечь экономические соображения (или же им эквивалентные). Повышение долговечности требует некоторых затрат как при первоначальном изготовлении, так и при ремонтных работах. Если суммарные затраты за некоторый период превышают стоимость работы двух новых изделий и экономический эффект от их работы не меньше, чем от одного многократно восстанавливаемого изделия, то, по-видимому, целесообразнее не растягивать срок эксплуатации одного изделия, а своевременно заменить старое изделие новым даже в том случае, если оно еще не устарело морально.

Рассмотрим теперь общий путь построения математической модели изучения надежности некоторой системы C. Каждое состояние системы C мы считаем элементом x множества возможных ее состояний.

Разным, с точки зрения надежности, состояниям системы соответствуют различные точки x. Совокупность всех состояний x образует фазовое пространство состояний системы $E_C = \{x\}$.

С течением времени некоторые элементы, составляющие систему, либо выходят из строя, либо меняются параметры, определяющие их работу, поэтому в разные моменты времени состояние системы описывается точками фазового пространства E_C.

Если обозначить через $x(t)$ состояние системы в момент t, то последовательное изменение состояний $x(t)$ с течением времени t является, вообще говоря, случайным процессом, развивающимся в фазовом пространстве E_C. Случайный характер его объясняется случайным изменением параметров, определяющих работу элементов, и случайным характером отказов этих элементов. Самой элементарной иллюстрацией сказанного может служить следующий пример: пусть система может находиться только в конечном числе состояний, различающихся с точки зрения надежности $x_1, x_2, \ldots, x_k$, которые и составляют фазовое пространство. Если предположить, что законы распределения длительности безотказной работы элементов и длительности их замены — показательны, то время пребывания в состоянии x_i до перехода в x_j также имеет показательное распределение со средним временем пребывания $\mu_{ij} \geqslant 0$. Случайный процесс $x(t)$ в этом случае является цепью Маркова.

В работе [3] показано, что для теории надежности особый интерес представляет обширный класс более сложных фазовых пространств.

Итак, каждой физической системе C мы сопоставляем некоторое фазовое пространство $E_C = \{x\}$ и описываем эволюцию системы во времени случайным процессом $x(t)$. Различные количественные характеристики надежности строятся как математические ожидания от функционалов, заданных на траекториях процесса. Таким образом, если $x(t)$ — траектория и $\Phi[x(t)]$ есть некоторый функционал, то характеристикой надежности может служить величина

$$\varphi = M\Phi[x(t)]. \tag{1}$$

Заметим, что такой подход является значительно более общим, чем предложенный в работах [113, 70, 118]. При надлежащем выборе функционала $\Phi[x(t)]$ можно получить все известные числовые характеристики надежности.

Так, например, если система отказывает (состояние $x(t)$ входит в некоторое критическое подмножество K, являющееся частью фазового пространства E_C), то рассматривая функцию

$$\varepsilon(t) = \begin{cases} 1 \text{ при } t \leqslant \tau, \\ 0 \text{ при } t > \tau \end{cases} \quad \text{и функционал } \Phi[\varepsilon(t)] = \tau$$

(τ — время первого попадания в подмножество K), получим, что вероятность безотказной работы в течение времени t равна:

$$R(t) = M\Phi[\varepsilon(t)]. \tag{2}$$

Аналогичным образом можно получить и другие характеристики надежности. В ряде работ предлагается вводить в качестве показателя надежности функцию эффективности. Если каждое состояние x из фазового пространства E_C мы оцениваем некоторым числом $f(x)$, то получающаяся при этом функция $y = f(x)$ называется функцией эффективности.

Очень часто предполагают, что функция эффективности принимает только два значения 0 и 1. Средняя эффективность системы в момент t

$$e(t) = Mf[x(t)]. \tag{3}$$

Заметим, что для различных систем или для одних и тех же систем, но находящихся в разных условиях использования, в качестве основных численных показателей надежности надо выбирать различные характеристики. В одних случаях, например в системах управления, особую роль играет вероятность безотказной их работы в течение заданного времени, в других случаях (линии связи без особо срочных сообщений) особую роль играет так называемый коэффициент готовности, равный средней доле времени, в течение которого система исправна.

В заключение этого параграфа отметим, что для систем характерно деление на блоки, которые в свою очередь состоят либо из более мелких блоков, либо из элементов (сопротивлений, конденсаторов и т. п.). Одной из основных задач теории надежности является такое конструирование систем, чтобы их надежность была не ниже, а даже выше надежностей отдельных составляющих ее блоков и элементов.

§ 3. ПОТОКИ ОТКАЗОВ, ВНЕЗАПНЫЕ ОТКАЗЫ. ВОЗМОЖНОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ПРЕДЕЛЬНЫХ ТЕОРЕМ. СТАРЕНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ. СБОИ

Предположим, что система может находиться только в двух состояниях: исправном и неисправном. Моменты $\{t_i\}$ появления отказов аппаратуры являются, вообще говоря, случайными величинами. Случайную последовательность точек t_i на прямой называют случайным потоком. Многие задачи теории надежности являются по существу задачами, связанными с изучением случайных потоков отказов. Например, вероятность безотказной работы в интервале (s_1, s_2) равна вероятности того, что на этот интервал не попадает ни одна точка t_i. Следует заметить, что в теории вероятностей уже сравнительно давно занимаются изучением случайных потоков.

С большой полнотой их теория изложена в замечательной книге А. Я. Хинчина [63], а также в ряде его статей.

Основным стимулом, вызвавшим к жизни теорию случайных потоков, явилась телефония, где моменты вызовов абонентов, поступающих на телефонную станцию, образуют случайный поток. Между многими задачами теории надежности и теории массового обслуживания [63, 138] существует глубокая аналогия. Действительно, достаточно заменить слово «вызов» словом «отказ», «время разговора» на «длительность ремонта», а «канал обслуживания» на «ремонтный стенд», как многие задачи (к тому же уже зачастую решенные) становятся задачами теории надежности. Многие понятия теории случайных потоков, например такие, как параметр случайного потока, интенсивность, функции Пальма, несомненно, должны найти себе широкое применение в теории надежности.

Рассмотрим теперь схему процесса восстановления, представляющую значительный интерес для теории надежности. Предположим, что в начальный момент $t = 0$ используется элемент, который работает безотказно до момента t_0, в момент t_0 он мгновенно заменяется новым, который безотказно работает до момента t_1 и т. д.

Моменты отказов t_0, t_1, t_2,... образуют случайную последовательность точек. При этом предполагается, что сроки службы отдельных элементов, т. е. t_0, $t_1 - t_0$, $t_2 - t_1$, ... являются взаимно независимыми случайными величинами, t_0 имеет функцию распределения $F_0(x)$, а все остальные разности $t_n - t_{n-1}$ одинаково распределены с функцией распределения $F(x)$. Эта, казалось бы, весьма частная схема находит себе многочисленные применения, в том числе и в теории надежности. По этим вопросам можно рекомендовать работу Кокса [84] и обзор Смита [54].

В теории надежности естественное приложение находят предельные теоремы типа суммирования взаимно независимых случайных величин.

Система, как правило, состоит из большого числа N элементов. Если моменты отказов i-го элемента ($i = 1, N$) образуют случайный поток $\{t_{r,i}\}$, то поток отказов всей аппаратуры будет представлять собой объединение потоков отказов отдельных элементов.

Еще в телефонии было давно замечено, что поток вызовов, поступающих на телефонную станцию, является близким к пуассоновскому. Первая попытка нестрогого обоснования была дана Пальмом [130], затем строгое доказательство этого факта при весьма широких условиях было получено А. Я. Хинчиными [63] (см. также работу Г. А. Ососкова [43]).

Аналогичное положение имеет место и в теории надежности, где суммарный поток отказов почти всегда близок к пуассоновскому [136].

Более того, имеются некоторые соображения [136] относительно того, что в хорошо спроектированных системах поток отказов обязан быть близким к пуассоновскому.

В указанной выше предельной теореме Пальма — Хинчина — Ососкова рассматривается лишь стационарный случай. Однако ее можно обобщить и на нестационарный случай.

Особый интерес здесь представляет выяснение степени приближения к пуассоновскому потоку при росте числа элементов системы.

Подобный вопрос впервые был частично изучен в интересной работе И. Б. Погожева [44]. В дальнейшем это направление получило развитие в работах П. Франкена [62] и Б. И. Григелиониса [14, 15], являвшихся участниками Семинара по теории надежности в МГУ, руководимого авторами настоящего обзора. Распространение теоремы Пальма — Хинчина на процессы восстановления дано Б. И. Григелионисом в работе [16].

Итак, в системах, состоящих из большого числа относительно надежных элементов, поток отказов с большой степенью приближения можно считать пуассоновским.

В работах [44, 62] вычисляются поправочные члены, которые надо добавлять к пуассоновскому распределению.

Само понятие отказа не является простым. Не всегда ясно, отказала система или еще продолжает исправно работать. Дело в том, что работа системы определяется значениями параметров α_i ($i = 1, \ldots, M$), которые могут меняться различным образом.

В случае так называемых внезапных отказов один из параметров меняется скачком за допустимые пределы (замыкание или обрыв). В случае постепенных отказов параметр медленно «плывет» за допустимые границы. Оказывается, что момент наступления постепенного отказа имеет в ряде случаев распределение, близкое к нормальному [6, 109].

В недавно вышедшей книге Б. В. Васильева, Б. А. Козлова и Л. Г. Ткаченко [10] наступление постепенных отказов рассматривается как непрерывный марковский процесс. Это позволяет использовать хорошо разработанный аппарат параболических дифференциальных уравнений.

В ряде появившихся в последнее время работ исследуется модель отказов, основанная на анализе прочности и усилия. Предположим, что изделие характеризуется прочностью ξ, а усилие, прилагаемое к нему при использовании равно η. Обе величины ξ и η случайны. Под надежностью естественно понимать $P\{\xi > \eta\}$. В такой ситуации оценка надежности сводится к оценке параметров распределений ξ и η. Одна из последних работ в этой области принадлежит Липову и Айдемиллеру [122]. Почти во всех работах анализ производится в предложении, что случайный вектор (ξ, η) обладает нормальным распределением.

Наконец, естественно еще выделить так называемые сбои, или перемежающиеся отказы. Сбой — это такой отказ, который возникает и исчезает случайным образом без всякого внешнего воздействия. Сбои являются одним из самых характерных типов отказов, возникающих в электронных вычислительных машинах.

Наиболее перспективными методами борьбы со сбоями являются так называемые самокорректирующие коды. О практической программе борьбы со сбоями см. в работе [100].

§ 4. СТАТИСТИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ ОЦЕНКИ ХАРАКТЕРИСТИК ОТКАЗОВ

Поток моментов отказов аппаратуры является одним из основных понятий теории надежности. Моменты возникновения отказов в значительной степени обусловлены стабильностью рабочих характеристик элементов.

Случайный характер момента возникновения отказа элемента наиболее полно описывается вероятностью $R(t)$ безотказной работы в течение времени t или функцией распределения длительности безотказной работы $F(t) = 1 - R(t)$. Однако свойства сохранения стабильности наглядно выражаются через так называемую λ-характеристику, или, как иногда говорят, функцию опасности отказов, которая определяется посредством равенства

$$\lambda(t) = -R'(t)/R(t),$$

где

$$-R'(t) = \frac{dF(t)}{dt}$$

— плотность вероятностей отказов. Если N — число испытываемых элементов, $N(t)$ — число элементов, исправно работающих до момента t, а $n_t(\Delta t)$ — число элементов, отказавших в интервале $(t, t+\Delta t)$, то

$$\lambda(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \lim_{N \to \infty} \frac{n_t(\Delta t)}{\Delta t N(t)}.$$

Из этой формулы следует, что при конечных N и Δt приближенно $\lambda(t) \approx \frac{n_t(\Delta t)}{\Delta t N(t)}$. Однако такой путь построения оценок является законным лишь при весьма больших значениях N. Исходя из вида $\lambda(t)$, срок службы элементов (и аппаратуры), как правило, разбиваются на три резко различающихся между собой периода. В течение первого периода, так называемого периода приработки, λ-характеристика принимает сравнительно большие значения, но является монотонно убывающей функцией. Существование такого периода связано с влиянием дефектов, внесенных в ходе производства, на возникновение ранних отказов. Элементы, содержащие дефекты, «выгорают» («выжигаются») в течение этого периода, называемого периодом приработки. Затем следует длительный второй период нормальной работы, который характеризуется небольшими значениями функции опасности отказов, которая к тому же в течение этого периода близка к постоянной. Последний, третий, период характеризуется нарастанием интенсивностей отказов, вызванных старением основной массы элементов. Мы обращаем внимание на глубокую аналогию описанной картины с теми явлениями, которые уже давно изучаются в так называемой теории смертности [102].

Однако, уместно отметить, что авторам известны результаты длительных испытаний (в течение 5 лет), когда функция опасности отказов непрерывно убывала. Таким образом, возможность выделения трех периодов необходимо проверять в каждом конкретном случае.

Для вычисления ряда показателей надежности иногда достаточно знать лишь среднее время безотказной работы

$$t_{\text{ср}} = \int_0^\infty t\,dF(t) = \int_0^\infty R(t)\,dt.$$

В том случае, когда $R(t) = e^{-\lambda t}$, $t_{ср} = \lambda^{-1}$. Значения $t_{ср}$ можно найти в ряде работ, например [41].

В большинстве исследований предполагается, что опасность отказов постоянна. Такое предположение эквивалентно тому, что $R(t) = e^{-\lambda t}$. Ряд авторов, например Н. Г. Бруевич [6], указывают, что более реально предположение о том, что функция распределения для времени безотказной работы является суперпозицией показательного и гауссовского распределений, причем показательное распределение соответствует внезапным отказам, а гауссовское — постепенным отказам, которые вызываются старением.

Типичной задачей теории надежности является оценка $R(t)$ и $\lambda(t)$ по данным испытаний. По нашему мнению, наиболее практичен параметрический подход, когда предполагается, что плотность вероятностей отказов $p(t) = f(t, \theta)$, где θ нам не известно. Параметр θ, вообще говоря, является векторным. Например, в случае нормального закона

$$f(t, \theta) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

имеются два параметра: $\theta = (\mu, \sigma)$.

В практике надежности широкое применение находят различные семейства функций $f(t, \theta)$: гамма-функции [106], функции распределения Вейбулла [150], нормальное и логарифмически нормальное распределения [66, 103]. Мы обращаем внимание и на более общее трехпараметрическое семейство [143], которое включает в себя, как частные случаи, указанные выше семейства. Плотность этого семейства имеет вид:

$$f(t, \alpha, \beta, \gamma) = c(\alpha, \beta, \gamma)\, t^{\alpha} e^{-\beta t^{\gamma}},$$

где $c(\alpha, \beta, \gamma)$ — нормировочный коэффициент.

Мы отметим здесь также и то, что иногда хорошее приближение на этапе приработки можно получить, используя законы с плотностью вида

$$p(t) = \int_0^{\infty} e^{-\lambda t} g(t)\, d\lambda.$$

Наиболее интересным представителем такого типа законов является логарифмически показательный закон, для которого $R(t) = (1 + t)^{-\alpha}$.

Хорошо известные в статистике методы оценки параметров [29] и [31] систематически популяризируются (и часто не самым лучшим образом) применительно к задачам теории надежности [110, 116, 150]. Такие важные понятия, как доверительные интервалы и доверительные множества, еще недостаточно используются в теории надежности. Некоторые частные задачи решены в работе [40].

Отметим монографии Я. Б. Шора [65] и Ллойда и Липова [36], где к оценке надежности применяются различные методы математической статистики.

В статье Хенсона и Купменса [108] дается интересный метод построения толерантных пределов случайной величины при любых значениях определяющих параметров. Решение этой задачи особенно важно, если требуется произвести испытания с высоким уровнем достоверности. Метод Хенсона и Купменса применим в том случае, если интенсивность отказов является неубывающей функцией.

Особый интерес представляет построение различных математических моделей возникновения отказов, учитывающих физику явлений старения. При этом вид семейства функций $f(t, \theta)$ определяется, исходя из математической модели, а значения неизвестных параметров $\theta = (\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_m)$ имеют определенный физический смысл. Типичным примером работ такого направления может служить работа Мерсера [127]. Более простой случай линейного роста параметра был рассмотрен ранее Г. В. Дружининым [19]. Этот автор развил свой подход в ряде последующих работ. К сожалению, до настоящего времени вопрос о функциональном виде распределения времени безотказной работы для конкретных типов оборудования далек от окончательного решения.

Информация о характере закона распределения для срока безотказной работы и его параметрах получается в результате обработки данных стендовых испытаний. Наиболее разработан случай показательного распределения. Стендовые испытания можно планировать различными способами. Например, можно оканчивать испытания через фиксированное время t, в момент, когда происходит r-й отказ, и т. д. Информация о ходе испытаний иногда может быть получена только через дискретные интервалы времени. По поводу обработки результатов стендовых испытаний имеются многочисленные работы [92, 93, 94, 65, 125]. Заметим, однако, что даже в случае простейшего показательного распределения сделано далеко не все. Используя методы теории решающих функций, здесь можно получить интересные результаты. Если решающая функция, дающая момент остановки испытания, зависит лишь от течения процесса до этого момента, что является логическим следствием закона причинности, то достаточной статистикой будет число отказов и суммарная наработка всех элементов.

Одна из наиболее актуальных проблем связана с физической стороной проведения стендовых испытаний. Вопросы такого рода привлекают к себе в настоящее время большое внимание. Сущность проблемы заключается в том, что в связи с ростом надежности элементов стендовые испытания продолжаются весьма длительный срок (порядка месяцев), что иногда может свести на нет ценность информации, полученной в результате таких испытаний. При проведении ускоренных испытаний создаются утяжеленные условия работы элементов. Оказалось, что для ряда простых элементов, например таких, как конденсаторы, можно разработать довольно эффективную методику ускоренных испытаний, хорошо согласующуюся с опытными данными. В качестве наиболее типичных работ такого направления отметим [91, 121].

Заслуживают внимания работы, посвященные обработке данных испытаний для проверки исходных гипотез о виде закона распределения. В них изучаются ошибки, возникающие в результате того, что в качестве исходной гипотезы, на которой основана методика расчетов, предполагалось, что имеет место, например, показательный закон, тогда как на самом деле вероятность безотказной работы соответствует закону Вейбулла [153]. Большую актуальность представляет разработка математического метода объединения разнородной информации с целью вывода вида закона распределения длительности безотказной работы. Наличие подобного метода позволило бы использовать имеющиеся во многих отраслях производства обширные статистические данные об отказах оборудования в различных условиях. В строгой формулировке задача может быть поставлена следующим образом. Пусть производится n серий испытаний

$$\begin{array}{l} x_{11}, x_{12}, \ldots, x_{1k_1}, \\ x_{21}, x_{22}, \ldots, x_{2k_2}, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \\ x_{n1}, x_{n2}, \ldots, x_{nk_n} \end{array}$$

над длительностью безотказной работы некоторого устройства. Каждая серия испытаний производится в фиксированных условиях, меняющихся от серии к серии. Пусть ξ_i — случайная величина, реализациями которой являются x_{i1}, x_{i2}, ..., x_{ik_i}. Пусть известно, что $\xi_i = f(\xi_0^{(i)}, \theta_i)$, $1 \leqslant i \leqslant n$, где $f(x, y)$ — известная функция, $\xi_0^{(i)}$ — независимые случайные величины с неизвестным распределением $F_0(t)$, θ_i — неизвестные параметры. Требуется по наблюденной серии оценить $F_0(t)$.

Решению этой проблемы посвящен ряд работ, из которых мы здесь упомянем лишь конкретные результаты, дающие практические применения к оценке характеристик надежности. В статье И. Н. Коваленко [24] предлагается подход, позволяющий в широких предпосылках восстанавливать аддитивный и мультипликативный тип распределения при $k_i \geqslant 3$ В работе И. Н. Володина [11] вычисляется распределение статистик от наблюдений, не зависящих от масштабного параметра закона Вейбулла. Отметим также работу Лаха [119], из которой следует возможность построения состоятельного критерия для проверки гипотезы о гамма-распределении длительности безотказной работы при $k_i \geqslant 2$ в предположении, что множество конкурирующих гипотез входит в класс безгранично делимых распределений.

Во многих случаях из модели образования отказа безграничная делимость усматривается непосредственно. Так, для модели с параметром, изменяющимся во времени в соответствии с однородным диффузионным процессом, когда отказ наступает при пересечении процессом фиксированного уровня, длительность безотказной работы будет безгранично делимой случайной величиной.

Новые задачи возникают при статистической оценке надежности сложных систем. При большом числе входящих в них элементов достоверность совместной статистической оценки их параметров, естественно будет низкой. Следует предварительно выяснить влияние отказа каждого элемента на качество функционирования системы и затем назначать доверительные области, исходя из этой зависимости. Пока имеется небольшое число работ в этом направлении [40].

Одной из важных и своеобразных задач статистического характера является выявление конструктивных недоработок, которые снижают надежность системы. По этому вопросу см., например, [135]. В последние годы в зарубежной литературе появилось много работ, посвященных исследованию изменения надежности изделия в процессе его разработки, построения и эксплуатации. Можно говорить о «кривых роста надежности». На наш взгляд, такой подход представляет значительный интерес. При наличии соответствующего математического аппарата можно будет оценивать время, необходимое для повышения надежности создаваемых конструкций до заданного уровня. Простейшая математическая модель, на которой можно проиллюстрировать применение «кривых роста надежности», состоит в следующем. В системе существует один источник отказа, так что до устранения этого источника надежность равна $r < 1$, а после устранения равна 1. В каждом испытании источник отказа может быть выявлен и устранен с вероятностью p. В таком случае средняя надежность после n испытаний будет равна $1-(1-p)^{n+1}$. Основные результаты, полученные до последнего времени, изложены в [36]. Однако в этом важном направлении еще много нерешенных задач. В частности, естественно поставить задачу об оптимальном планировании испытаний при возможности использовать несколько методов испытаний, каждый из которых характеризуется своей вероятностью выявления источников отказов и своей стоимостью.

§ 5. ПРОВЕРКА ГИПОТЕЗ И ПРИЕМОЧНЫЙ КОНТРОЛЬ

Теория надежности является областью знаний, которая в настоящее время широко использует, а в будущем и сама окажет значительное стимулирующее влияние на развитие математической статистики. Уже сейчас положение дел таково, что почти все результаты математической статистики могут быть использованы в различных задачах теории надежности. Так, например, если мы хотим применить параметрический подход к оценке вероятности безотказной работы, подбирая семейства функций $f(t, \theta)$, наиболее точно согласующиеся с опытными данными, то нужно использовать методы теории проверки статистических гипотез, в частности, критерии типа согласия [31, 120]. Большой набор различных критериев, связанных с проверкой гипотез о том, что $R(t) = e^{-\lambda t}$, читатель может найти в двух работах Эпстейна [93, 94].

Многие задачи и правила теории контроля качества непосредственно могут быть использованы в теории надежности. Допустим, что дефектным изделием считается то, которое откажет за определенное число часов T при определенных внешних нагрузках. Возникает задача определения засоренности партий изделиями, дефектными в указанном выше смысле. Если имеется партия в N изделий, то сколько изделий надо проверить, чтобы по результатам проверки принять обоснованное решение о годности всей партии в целом? Мы пришли к классической задаче статистики о выборе плана приемочного контроля. Несмотря на всю элементарность вопроса об объеме выборки, эта задача привлекает к себе внимание и в настоящее время.

Нетривильность этой задачи состоит не в сложности математического решения, а в рациональном учете всех существенных факторов, влияющих на выбор плана контроля. Применительно к задачам теории надежности в последнее время были разработаны наборы планов: для показательного распределения времени безотказной работы [140], для распределения Вейбулла [141], для нормального и логарифмически нормального распределения [105], для гамма-распределения [106]. Одна из последних работ — работа Базу [73]. Имеется также большое количество работ по выбору экономических планов приемочного контроля, например, [101]. В статье [134] делается попытка введения нескольких групп дефектности изделий. Однако наиболее интересные работы по приемочному контролю написаны в связи с общей задачей контроля качества. Здесь мы отметим прежде всего фундаментальную книгу Доджа и Ромига [87], в которой даны наборы планов типа однократной и двухкратной выборки, обеспечивающие минимум проверяемых изделий, при нормальном ходе производства и определенных ограничениях, когда либо предельное выходное качество, либо доля дефектных изделий, при которой партии принимаются, заданы. При этом предполагается, что в случае браковки партии производится сплошная проверка всех оставшихся непроверенными изделий (случай неразрушительного контроля). Другой фундаментальной работой является книга [139], где, помимо однократных планов и планов типа двухкратной выборки, даются также планы типа последовательного анализа. В обеих книгах [87, 139] приведены многочисленные чертежи оперативных характеристик. Относительно теории планов последовательного анализа см. книгу Вальда [9] и работу [90].

Многочисленные факты теории, связанные с контролем качества, а также описание набора стандартов militairy standard 105A можно найти в книге Коудена [30]. Институтом математики и механики им. Романовского АН УзССР подготовлен большой набор однократных планов приемочного контроля [42]. Лабораторией теории вероятностей МГУ также предложен набор экономических планов приемочного контроля, которые охватывают одновременно случаи как неразрушительного, так и разрушительного контроля изделий. А. Н. Колмогоровым и Ю. К. Беляевым предложен и разработан метод статистического контроля, использующий в качестве исходной характеристики естественный экономический показатель — затраты, отводящиеся на контроль изделий. Авторы довели свои исследования до таблиц и предложений, позволяющих использовать их результаты на практике.

§ 6. ВОПРОСЫ РАСЧЕТА НАДЕЖНОСТИ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ

Одним из наиболее важных методов повышения надежности является резервирование. Сущность этого метода состоит в том, что в систему вводятся избыточные элементы, которые включаются в работу по мере выхода из строя основных.

Рассмотрим вначале тот случай, когда вышедшие из строя элементы (или блоки) не ремонтируются.

Если система состоит из некоторого набора m блоков типов $Б_1, ..., Б_m$ и при этом она выходит из строя, как только выходит из строя любой из блоков $Б_i$, $i = 1, ...m$, то такое соединение будем условно называть последовательным.

Если предположить, что блоки, составляющие систему, отказывают независимо один от другого, а функция распределения выхода из строя i-го блока за время t равна $F_i(t)$, то вероятность безотказной работы нерезервированной системы в течение времени t

$$R(t) = \prod_{i=1}^{m} p_i, \tag{4}$$

где $p_i = 1 - F_i(t)$.

Резервирование можно осуществлять многими способами. Можно использовать так называемое эксплуатационное, или общее, резервирование, когда вместо одной системы в резерве находятся еще несколько идентичных систем.

Если предположить, что резервные комплекты систем находятся в таких же условиях, как и исходный комплект, то такой резерв называется нагруженным. Вероятность безотказной работы в течение времени t совокупности n систем равна:

$$R_n(t) = 1 - [1 - R_1(t)]^n = 1 - (1 - \prod_{i=1}^{m} p_i)^n. \tag{5}$$

Второй способ резервирования заключается в том, что мы резервируем каждый блок $Б_i$, $i = 1, ..., m$, идентичными ему блоками, находящимися в нагруженном резерве в количестве k_i экземпляров. В этом случае вероятность безотказной работы системы в течение времени t равна:

$$R(t) = \prod_{i=1}^{m} [1 - (1 - p_i)^{k_i}]. \tag{6}$$

Если в (6) все $k_i = n$, то всегда $R(t) > R_n(t)$, см., например, [55]. Исключение составляют лишь тривиальные случаи, когда $p_i = 0$ или 1. Изящное доказательство этого факта, данное А. Д. Соловьевым, приведено в его работе [57].

Основное критическое замечание к формулам (4)—(6) состоит в том, что в них не учитываются вероятности правильной индикации и отключения неисправных блоков.

Если обозначить через $П_i$ вероятность правильного включения блока $Б_i$, то приведенные выше формулы сохраняются, если при этом только заменить p_i на $p_i П_i$.

В некоторых работах, например [32], рассматривается надежность системы со смешанным резервом, промежуточным между эксплуатационным и блочным резервированием. Совокупность m блоков разбивается на r групп по S_k, $k = 1, \ldots, r$, элементов в каждой группе; в каждой группе производится резервирование по типу эксплуатационного в i-й группе в количестве l_i штук. Если p_{ij} — вероятность безотказной работы всей системы

$$R(t) = \prod_{k=1}^{r}\left[1 - \prod_{i=1}^{l_k}\left(1 - \prod_{j=1}^{S_k} p_{ij}\right)\right]. \tag{7}$$

При учете надежностей переключателей $П_k$, поставленных по одному на каждую группу, надо равенство (7) заменить на

$$\overline{R}(t) = \prod_{k=1}^{r}\left[1 - \prod_{i=1}^{m}\left(1 - П_k \prod_{j=1}^{S_i} p_{ij}\right)\right]. \tag{8}$$

Неизбежное введение переключателей снижает надежность системы, а включение резервных блоков повышает ее, и поэтому встает вопрос о рациональном числе резервных устройств. Приближенное решение этого вопроса дано в [18]. Необходимо также различать два типа переключающих устройств [79]. Формулы (4)—(8) уже достаточно выясняют идеи резервирования и выигрыш от него.

Можно было бы привести и более сложные формулы, скажем, соответствующие различным типам переключателей, но вряд ли это имеет смысл. Лучше для каждой конкретной схемы эти формулы для вероятности безотказной работы выводить заново.

Уже после того, как настоящая работа была полностью набрана, появились две книги (154, 155), в которых достаточно подробно рассмотрены вопросы резервирования.

Опубликован ряд работ, в которых рассматриваются более подробно побочные отрицательные явления, вызванные резервированием.

Так, например, в работе [79] рассматривается простейший случай двух резервных элементов сопротивлений, конденсаторов и т. п.

Каждый из элементов с вероятностью p_0 выходит из строя по причине обрыва, а с вероятностью p_s — по причине замыкания. Вероятность отказа элемента $p_{x_0} = p_0 + p_s = mp_{x_0} + np_{x_0}$, $m = \frac{p_0}{p_{x_0}}$, $n = \frac{p_s}{p_{x_0}}$. Для дублированной системы отказ наступает тогда и только тогда, когда оба элемента выйдут из строя по причине обрыва или хотя бы один из них даст замыкание. Таким образом, вероятность отказа для дублированной системы

$$p_x = p_0^2 + 1 - (1 - p_s)^2 = p_0^2 + 2p_s - p_s^2.$$

Выигрыш от дублирования

$$Q = \frac{p_x}{p_{x_0}} = (m - n)p_{x_0} + 2n. \qquad (9)$$

Из (9) видно, что при равных вероятностях обрыва и замыкания $\left(\text{случай } m = n = \frac{1}{2}\right)$ выигрыша от резервирования нет, а при $n > m$ $\left(n > \frac{1}{2}\right)$ имеет место даже ухудшение надежности.

К этому же направлению примыкает и работа Гордона [104]. В этой работе предполагается, что правильное функционирование состоит из трех последовательных этапов. На первом и третьем этапах система не должна быть включена, а на втором этапе система должна быть включенной.

Если вероятность должного включения на первом и третьем этапах равна p_1 и $p_1 + p_3 = 1$, а вероятность правильного включения на втором этапе p_2 и $p_2 + p_4 = 1$, то вероятность правильного функционирования системы $c = p_2 p_3^2$. Вероятность отсутствия функционирования на всех трех этапах равна $a = p_4 p_3^2$.

P_m — вероятность того, что m резервных систем (эксплуатационное резервирование) дадут правильное функционирование, равна вероятности того, что все они не дадут ложных включений и хотя бы одна из них будет функционировать нормально:

$$P_m = (a + c)^m - a^m = P_3^{2m}(1 - P_4)^m. \qquad (10)$$

Исходя из формулы (10), можно найти оптимальное значение для числа m резервных систем. Однако вопросы оптимального резервирования мы рассмотрим в конце этого параграфа.

Выше мы рассмотрели случай нагруженного резерва, когда как работающие, так и резервные блоки находятся в одинаковых условиях с точки зрения возможностей появления отказов. В этом случае вероятности отказа i-го блока как у работающих блоков, так и у блоков, находящихся в резерве, совпадают. Очень часто встречается на практике случай холодного или ненагруженного резерва, когда блоки, находящиеся в резерве, не выходят из строя и не стареют. Возможен также промежуточный случай облегченного резерва, когда резервные блоки могут выходить из строя, но, как правило, с меньшей вероятностью, чем работающие блоки.

Насколько громоздки точные формулы (поэтому в некоторые из них вкрадываются ошибки), можно убедиться из статей М. А. Синицы [49, 50, 52].

Конкретные вычисления для небольшого числа резервных блоков приведены в работах [68, 131]. См. также основополагающую в области резервирования работу В. И. Сифорова [53].

Приведем теперь несколько замечаний, принадлежащих А. Д. Соловьеву, который рассматривает случай ненагруженного резерва (n однотипных элементов находится в резерве, а один находится в рабочем режиме). Пусть τ_i — случайные интервалы, равные длительностям работы i-го элемента, $i = 0, \ldots, n$. На все эти элементы имеется одно переключающее устройство, которое срабатывает в случае выхода каждого элемента с вероятностью $1 - \alpha$. Если это переключающее устройство не срабатывает, то система выходит из строя. Вероятность безотказной работы этой системы равна:

$$R(t) = \sum_{k=0}^{n} \alpha (1-\alpha)^k P\{\tau_0 + \ldots + \tau_k > t\} +$$
$$+ (1-\alpha)^n P\{\tau_0 + \ldots + \tau_n > 1\}.$$

Аналогичным образом можно рассматривать и случай, когда каждому резервному элементу придано свое переключающее устройство. В этом случае

$$R(t) = P\{\bar{\tau}_0 + \bar{\tau}_1 + \ldots + \bar{\tau}_n > t\},$$

где $\bar{\tau}_i = 0$ с вероятностью α (если переключатель не сработал) и $\bar{\tau}_i > t$ с вероятностью $(1 - \alpha)\,\Phi(t)$, где $\Phi(t) = P\{\tau_i > t\}$.

Для рассмотрения облегченного резерва в случае экспоненциального распределения времени выхода из строя можно использовать аппарат цепей Маркова. При этом получаются вырожденные процессы чистой гибели, у которых фазовое пространство состоит из целых чисел $m = 0, 1, 2, \ldots, n$.

За время Δt с вероятностью $\lambda_k \Delta t$ система из состояния k переходит в состояние $k - 1$, что соответствует поломке блока, а с вероятностью $1 - \lambda_k \Delta t$ остается в состоянии k. При этом вероятность $p_k(t)$ является решением системы дифференциальных уравнений:

$$p'_k(t) = \lambda_{k-1} p_{k-1}(t) - \lambda_k p_k(t) \quad (k = 0, \ldots, n).$$

Используя метод перевала, можно показать, что

$$p_n(t) \sim \frac{\lambda_0 \lambda_1 \ldots \lambda_{n-1}}{n!} \exp\left\{-\frac{1}{n} \sum_{k=0}^{n-1} \lambda_k t\right\}$$

при условии

$$\lim_{n \to \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=0}^{n} \lambda_k^2 = 0.$$

В работе А. Д. Соловьева [57] доказано, что в том случае, когда переключатели абсолютно надежны (т. е. вероятность того, что они правильно срабатывают, равна единице), укрупнение масштаба резервирования уменьшает надежность системы.

В работе Филлипса [131] поднят интересный вопрос об оценке надежности системы, когда значение вероятностей p_i надежностей блоков известно не точно, а приближенно, например, они получены как оценки в результате определенных опытных испытаний.

Из предыдущих формул для вероятности безотказной работы видно, что очень многое зависит от выбранной конкретной схемы резервирования. Однако при планировании наиболее выгодного варианта резервирования приходится учитывать различного рода ограничения. Экстремальные задачи ставятся, например, следующим образом.

Если заданы стоимости c_i блоков i-го типа, то требуется найти такой набор чисел $n_1, n_2, \ldots, n_k$ для числа резервируемых блоков, чтобы $R(t) \geqslant R_0$ и общая стоимость резервирования, равная $\sum_{i=1}^{m} n_i c_i$, была минимальной.

Альтернативная экстремальная задача состоит в том, чтобы вероятность безотказной работы $R(t)$ была максимальной, а общая стоимость не превышала заданного уровня c_0: $\sum_{i=1}^{m} n_i c_i \leqslant c_0$.

Можно рассматривать не одно, а несколько ограничений, скажем, на суммарный вес или объем аппаратуры. В отношении решения этих задач сделано очень мало. В обзоре

Б. Р. Левина [33] излагается работа [67], решающая указанные выше экстремальные задачи для случая блочного дублирования и ограничения на стоимость при равных стоимостях отдельных блоков ($c_i = c$). Для этого частного случая выписывается точный и довольно простой алгоритм нахождения оптимальных чисел n_i для резервирующих блоков.

Применение методов линейного и динамического программирования для случая разных стоимостей пока не дало достаточно простых точных методов.

В статье Беллмана и Дрейфуса [75] рассмотрен случай построения оптимального нагруженного резерва при двух линейных неравенствах. Основная трудность заключается в необходимости решения этих экстремальных задач в целых числах. Приближенный метод опять-таки для нагруженного резерва, т. е. для $R(t)$ задаваемой по формуле (6), основанный на использовании выпуклости отдельных слагаемых у

$$\ln R(t) = \sum_{i=1}^{m} \ln[1-(1-P_i)^{n_i}],$$

был предложен Е. Г. Гольштейном и И. Т. Медведовской.

Можно также указать на приближенный метод, описанный Х. Л. Смолицким и П. А. Чукреевым [55], основанный на замене дискретных значений n_i непрерывными значениями и использовании метода множителей Лагранжа. Найденное ими решение затем округляется до целых чисел.

Следует отметить, что при малых значениях n_i этот метод является лишь первым и, по-видимому, весьма грубым приближением, так как не всегда в результате округления получаются значения, близкие к оптимальным. Однако следует отметить, что метод множителей Лагранжа может найти применение при расчетах распределения, например, потоков охлаждающего воздуха и т. п. Об этом методе см. в работах [88, 152].

Имеется еще одна работа [76] для случая блочного дублирования с ненагруженным резервом, когда распределение моментов выхода блоков из строя экспоненциальное. Предложенный метод состоит в следующем: для отыскания числа резервных блоков надо подсчитать отношения $\frac{\Delta R_i}{c_i}$, где ΔR_i — увеличение надежности системы за счет добавления еще одного резервного блока i-го типа, а c_i — стоимость этого блока (нужно добавить тот блок, для которого отношение $\frac{\Delta R_i}{c_i}$ максимально). Затем эту операцию надо повторить снова, сосчитав отношение приращений вероятностей к стоимости блоков с учетом добавленных ранее резервных блоков и т. д. Эту приближенную методику построения резерва по градиенту функции $\frac{\Delta R_i}{c_i}$ для случая одного ограничения типа линейного неравенства $\sum n_i c_i \leqslant c_0$ можно рекомендовать и в ряде других случаев; она может быть обоснована, когда

$$\ln R(t) = \sum_{i=1}^{n} f_{n_i}(t),$$

а $f_{n_i}(t)$ — выпуклые функции по n_i.

По поводу резервирования без восстановления отметим также работу Кокса [83]. Предположим, что у нас имеется n однотипных единиц оборудования, из которых k штук используется одновременно, а остальные находятся в холодном резерве. По мере поломок общее число единиц оборудования уменьшается. Считается, что в момент, когда остается только n единиц оборудования, система выходит из строя.

Задача состоит в отыскании такой методики использования, чтобы математическое ожидание момента наступления $n-k+1$ поломки было максимальным. Предполагается, что включение и выключение не влияют на оборудование.

Кокс рассмотрел три способа использования оборудования:

А) все использованные единицы оборудования к моменту t работали одинаковое время; Б) новые единицы оборудования включают в работу только по мере выхода из строя работающих единиц; В) в момент t используются те единицы оборудования, у которых условное математическое ожидание оставшегося времени τ безотказной работы является максимальным при условии, что эта единица оборудования до момента t уже использовалась. В случае показательного закона выходов из строя все три стратегии равносильны.

В общем случае оптимальным является способ В). Упоминая эту статью в качестве примера, мы подчеркиваем важность вопросов оптимального использования резервного оборудования, причем следует учитывать влияние числа переключений на срок безотказной работы единиц оборудования.

В рассмотренных выше случаях систем с резервированием нигде не предполагалось, что поломки устраняются в течение, вообще говоря, случайного времени $t_{\text{рем}}$. Характеристики этого времени, называемого временем восстановления или ремонта, являются весьма существенными показателями системы.

Количество работ, посвященных изучению систем с учетом восстановления, невелико, однако этот список можно значительно расширить, включив в него многочисленные статьи по массовому обслуживанию. В ряде случаев [25, 37, 38] некоторые характеристики системы зависят лишь от среднего, т. е. от $Mt_{\text{рем}}$.

В работе Рона [133] говорится о том, что ряд опытных данных показывает, что функция распределения длительностей ремонта очень часто существенно отличаются от показательного закона. Эта функция распределения хорошо согласуется с распределениями, являющимися композицией гауссовского и показательного распределений.

Однако в первом приближении можно ограничиться показательным распределением для времени ремонта. Если к тому же предположить, что распределение для моментов выхода из строя отдельных блоков показательное, то это значительно облегчит вычисление различных вероятностных характеристик надежности таких систем.

Например, если все элементы однотипные, с точки зрения их ремонта и появления отказов, то в указанных выше предположениях задача сводится к изучению так называемых процессов рождения и гибели [117]. В этом случае вероятности $p_n(t)$ наличия к моменту $t_n k$ неисправных элементов являются решениями системы дифференциальных уравнений:

$$\frac{dp_n(t)}{dt} = \mu_{n+1} p_{n+1}(t) - (\lambda_n + \mu_n) p_n(t) + \lambda_{n-1} p_{n-1}(t), \quad (11)$$

где λ_n и μ_n — некоторые постоянные.

Ряд задач, непосредственно связанных с приложениями теории процессов рождения и гибели к надежности, был решен недавно А. Д. Соловьевым. В частности, им были получены точные и асимптотические разложения для вероятности безотказной работы систем в течение времени t в условиях различного типа резерва (нагруженного, ненагруженного и облегченного) и различного числа восстанавливающих устройств (стендов для ремонта и т. п.). Приложения теории марковских цепей к конкретным задачам надежности рассмотрены в ряде работ.

Э. И. Клямко [23] рассмотрел случай двух дублирующих машин, этот же случай рассматривался Эпстейном и Хосфордом [96], которые привели расчеты для ряда конкретных значений параметров.

Рон [133] изучал долю времени простоев каналов с учетом наличия резервных каналов, а также времени переключения и ремонта. Для того чтобы показать, как много задач теории массового обслуживания можно формулировать на языке теории надежности, достаточно рассмотреть классическую задачу Эрланга.

В систему массового обслуживания с отказами, состоящую из n каналов обслуживания, поступает пуассоновский поток заявок с интенсивностью λ (время обслуживания распределено по показательному закону со средним $1/\mu$).

Как известно, вероятность $p_k(t)$, отвечающая наличию k требований, в такой системе является решением системы дифференциальных уравнений:

$$\frac{dp_0(t)}{dt} = -\lambda p_0(t) + \mu p_1(t);$$

$$\frac{dp_k(t)}{dt} = \lambda p_{k-2}(t) - (\lambda + k\mu)\, p_k(t) + (k+1)\,\mu p_{k+1}(t),$$
$$(0 < k < n);$$

$$\frac{dp_n(t)}{dt} = -n\mu p_n(t) + \lambda p_{n-1}(t),$$

но мы в точности придем к такой же системе, если будем считать, что заявки на обслуживание — это отказы, а время обслуживания — это время ремонта. Итак, очень часто лишь простая замена слов отказ — на требование, обслуживание — на ремонт позволяет переносить многие результаты из теории массового обслуживания в теорию надежности.

Работу Лучака [124] можно рассматривать как изучение времени простоев системы, когда отказы возникают в моменты, распределенные по закону Пуассона.

Одновременно может произойти отказ сразу нескольких элементов. Ремонтирующее устройство (стенд для ремонта) только одно на всю систему, поэтому отказы устраняются последовательно.

Значительно труднее строится теория для случая произвольного, а не показательного распределения времени ремонта. Одну общую схему задач на резервирование с восстановлением можно описать следующим образом. Системы состоят из различных типов блоков $Б_1, \ldots, Б_m$. Каждого типа имеется k_i блоков, из которых l_i блоков работают, l_i' неисправны, а $l_i'' = k_i - (l_i' + l_i)$ находятся в резерве (облегченном, нагруженном или ненагруженном). Систему обслуживают n ремонтирующих устройств $R_1, R_2, \ldots, R_n$. Ремонтирующее устройство R_i может ремонтировать блоки типов $Б_{ij_1}, \ldots, Б_{ij_l}$.

Кроме того, на случай накопления неисправных блоков и возникновения «очередей» перед ремонтирующими устройствами задана определенная система приоритета для очередности ремонта. Блоки i-го типа ($i = 1, ..., m$) могут выходить из строя через случайные интервалы времени, распределенные по закону $F_i(t)$, когда блок типа $Б_i$ работает, и по закону $F'_i(t)$, когда он находится в резерве. Время ремонта i-ым ремонтирующим устройством j-го блока также считается случайным с законом распределения $F_{ij}(t)$.

При таком общем подходе фазовое пространство состояний системы является совокупностью точек вида

$$\{l_i, z_{ij_1}, \ldots, z_{ij_i}, l'_i, z'_{ij'_1}, \ldots, z'_{ij'_i}, \ldots, l''_i, z''_{ij''_1}, \ldots, z''_{ij''_i}\};$$

$$i = 1, \ldots, m;\ j_i, j'_i, j''_i = 1, 2, \ldots, \sum_{i=1}^{m} k_i,$$

где l_i — число работающих блоков i-го типа, l'_i — число сломанных блоков, l''_i — число блоков i-го типа, находящихся в резерве, а z_{ij}, z'_{ij}, z''_{ij} — величины, численно равные времени, в течение которого блоки находятся соответственно в исправном состоянии и работают; в исправном состоянии и в резерве; неисправны и ремонтируются.

Состояние системы в момент t является точкой рассмотренного выше типа. Если предположить, что интервалы времени исправной работы, времени нахождения в исправном состоянии в резерве, а также времени ремонта являются взаимно независимыми случайными величинами, то процесс изменения состояний системы является марковским.

Изменения состояний за время Δt состоят либо из сдвигов вдоль полупрямых, в этом случае за время $(t, t + \Delta t)$ все положительные координаты z_{ij}, $z'_{ij'_i}$, $z''_{ij''_i}$ увеличиваются на Δt, либо происходят скачки в состояния, которые отличаются от состояний, предшествующих скачку, тем, что либо одна из координат z_{ij}, $z'_{ij'_i}$, $z''_{ij''_i}$ обращается в нуль (например, ломается машина или соответственно заканчивается ее ремонт), либо начинается рост из нуля одной z_{ij}, $z_{ij'}$, $z_{ij''}$. При этом соответствующие l_i, l'_i, l''_i могут изменяться на единицу.

Для плотностей вероятностей состояний можно было бы вывести соответствующие интегро-дифференциальные уравнения. Однако они имеют очень сложный вид и их лучше для каждой конкретной задачи выводить заново. Мы ограничимся здесь лишь ссылкой на работу Кокса [82]. Он выписал общий вид уравнений и граничные условия для задач массового обслуживания, их вид идентичен тем, которые нам надо было бы вывести для сформулированной выше задачи. Заметим, что возникающие при этом марковские процессы оказываются [3, 48], как правило, эргодическими. Возможности получения решения задачи в аналитической форме, по-видимому, пока исчерпываются двумя случаями.

В первом случае [37, 38] имеется неограниченное число ремонтирующих устройств, во втором [3] лишь одно ремонтирующее устройство.

В недавних статьях Гейвера [99], Б. В. Гнеденко [12, 13], А. Д. Соловьева [58] исследовалось влияние восстановления на эффективность работы дублированных систем. В статьях Б. В. Гнеденко и А. Д. Соловьева были доказаны предельные теоремы относительно длительности безотказной работы дублированных систем при условии, что длительность восстановления в среднем мала по сравнению с длительностью безотказной работы отдельного устройства.

Т. П. Марьянович [37] получил выражение для вероятностей состояний p_{ij} в стационарном режиме, когда в n-канальной системе массового обслуживания с отказами, на вход которой поступает пуассоновский поток вызовов, каналы сами могут во время обслуживания выходить из строя, а затем восстанавливаться (i каналов занято обслуживанием, а j каналов ремонтируется). Время выхода из строя имеет функцию распределения $H(t)$, время восстановления — $G(t)$, время обслуживания — $F(t)$. При этом

$$p_{00} = \left[\sum_{i,j=0} \frac{\lambda i + j\alpha^i \beta^i \gamma^j}{i!\,j!} \right]^{-1};$$

$$p_{ij} = \frac{\lambda i + j\alpha^j \beta^i \gamma^j}{i!\,j!}\, p_{00},$$

где

$$\alpha = \int_0^\infty [1 - F(x)]\,dx; \quad \beta = \int_0^\infty [1 - F(x)][1 - H(x)]\,dx;$$

$$\gamma = \int_0^\infty [1 - G(x)]\,dx,$$

а λ — интенсивность выходящего потока требований.

Т. П. Марьянович [38] рассмотрел также случай, когда из $n+m+r$ однотипных блоков n находятся в работе, m — в облегченном резерве, а r в ненагруженном резерве.

Законы выхода блоков из строя при работе с нагруженным резервом являются показательными со средними λ_1^{-1} и λ_2^{-1}. Время восстановления неисправных блоков имеет функцию распределения $F(t)$.

В этом случае p_k — вероятность того, что в стационарном режиме в момент t окажутся неисправными ровно k блоков

$$p_k = \frac{(n\lambda_1 + m\lambda_2)^k}{k!}\mu^k p_0;$$

$$(0 \leqslant k \leqslant r+1)$$

$$p_k = \frac{(n\lambda_1 + m\lambda_2)^{r+1}\mu^k}{k!}\prod_{s=1}^{k-r-1}[n\lambda_1 + (m-s)\lambda_2]\,p_0;$$

$$(r+1 < k \leqslant m+r+1)$$

$$p_k = \frac{(n-1)!\,(n\lambda_1 + m\lambda_2)^{r+1}}{(m+r+n-k)!}\mu^k\lambda^{k-m-r-1}\prod_{s=1}^{m}[n\lambda_1 + (m-s)\lambda_2]\,p_0$$

$$(m+r+1 < k \leqslant m+n+r),$$

p_0 находится из условия нормировки

$$\sum_{j=0}^{m+n+r} p_j = 1$$

и λ — интенсивность отказов элементов, μ — интенсивность восстановления.

В работе Ю. К. Беляева [3] рассматривалась общая методика расчета надежности систем с одним восстанавливающим устройством и показательным характером функции распределения отказов блоков. В качестве примера в работе даны методы расчета надежности радиорелейной линии с любым числом резервных блоков, а также расчет различных характеристик надежности системы, состоящей из двух идентичных машин, одна из которых находится в горячем резерве. При этом оказывается, в частности, что среднее время до первого отказа равно

$$\frac{3-2\varphi(\lambda)}{2\lambda[1-\varphi(\lambda)]},$$

где λ — интенсивность отказов, а

$$\varphi(\lambda)=\int_0^\infty e^{-\lambda t}dF(t);$$

$F(t)$ — функция распределения времени ремонта.

То обстоятельство, что современный уровень аналитического аппарата теории систем интегро-дифференциальных уравнений не позволяет решать задачи надежности сложных систем в общем виде, побуждает развивать асимптотические методы, дающие возможность приближенно оценивать надежность сложных систем.

Общий подход к решению этой задачи предложен в статье И. Н. Коваленко [26]. Этот подход состоит в следующем. Интенсивности отказов элементов сложной системы представляются в виде $\lambda_i=\lambda_i^0\varepsilon$, где λ_i^0 —нормирующие множители, ε — малый параметр. Тогда надежность системы можно представить в виде $P=1+P^{(1)}\varepsilon+P^{(2)}\varepsilon^2+\ldots$. Коэффициенты данного разложения можно подсчитывать по рекуррентным формулам. Схемы, для которых удается написать явные выражения главных членов асимптотического разложения, являются намного более общими, чем допускающие анализ другими методами. В последнее время И. Н. Коваленко нашел способ вичисления постоянных $P^{(1)}$, $P^{(2)}\ldots$ с помощью метода Монте-Карло, и при том в более общих предположениях: $\lambda_i=\lambda_i^0\varepsilon^{r_i}$, где $r_i=1, 2, \ldots$. Эта возможность проистекает из того факта, что указанные коэффициенты можно интерпретировать как математические ожидания кусочно-линейных функций от ограниченного числа случайных величин с заданным распределением.

В качестве примера применения подобного метода к решению конкретной задачи теории резервирования укажем на статью В. А. Ивницкого [21].

Введение малого параметра ε в характеристики надежности систем позволяет получать теоремы о предельном характере потока отказов в сложных резервированных системах. В самое последнее время выполнено несколько работ, в которых доказываются различные предельные теоремы о сходимости к потоку Пуассона и более сложным потокам.

Большую пользу при расчете надежности сложных систем приносит моделирование их функционирования с применением статистических испытаний. Детальное исследование моделей, на которых можно изучать надежность сложных систем, произведено в книге Н. П. Бусленко (при участии З. И. Шарагиной) [7]. В работе Н. П. Бусленко [8] предложен общий подход к математической схематизации реальных сложных систем с учетом надежности их элементов. Класс сложных систем, допускающих возможность исследования методами марковских процессов, изучен в работах И. Н. Коваленко [27, 28].

Отдельные задачи см. также в работах [5, 23]. В заключение отметим интересную работу И. Томко [60]. Этот автор исследовал функционирование системы, обладающей случайным ресурсом надежности, убывающим с различной скоростью при различных режимах работы.

§ 7. ПРОФИЛАКТИКА И ТЕСТЫ

При эксплуатации уже созданных систем и элементов возникают вопросы, связанные с наиболее рациональными методами обслуживания. К известным и наиболее распространенным методам относятся профилактические работы и периодическое использование тестов проверки качества оборудования.

В области профилактики важнейшим является вопрос о прогнозировании моментов отказов элементов. Надо найти способы, позволяющие по состоянию элемента определять, выйдет ли он из строя в ближайший период эксплуатации. Для решения этого вопроса следует глубоко изучить физические процессы, приводящие к отказам. Для примера отметим работу С. М. Левитина [35], в которой указано, что у ряда электронных ламп незадолго до отказа резко возрастает уровень внутренних шумов.

Как уже отмечалось в § 3, отказы в первом приближении можно разделить на две большие группы: внезапные отказы и постепенные отказы, вызванные старением. По-видимому, наиболее перспективным является прогнозирование постепенных отказов. Несмотря на важность этой проблематики, к настоящему времени опубликовано лишь незначительное число работ [35, 89].

Профилактика основана на методах прогнозирования отказов. В сущности, профилактика — это система мероприятий, осуществляемая в определенные интервалы времени, состоящая в подстройке машины и удалении как негодных элементов, так и элементов (а иногда и машины в целом), подозреваемых в том, что они дадут отказ в ближайшем будущем. Профилактика может быть частичной и полной. При заданной системе правил, определяющих профилактику, требуется определить частоту ее повторения. Иногда при этом надо учитывать условия работы и интенсивность отказов (разлаженность машины). Особый интерес представляет *нахождение оптимального графика профилактик для системы*, состоящей из многих машин, когда все машины одновременно ставить на профилактику нежелательно по каким-либо соображениям. Критерии здесь могут быть различные, например, коэффициент использования, эффективность и т. п.

Профилактике посвящен ряд работ. Велкер [148] рассматривает случай профилактической замены элементов. Пусть элементы одного типа выходят из строя через случайное время, имеющее функцию распределения $F(x)$. В случае отсутствия профилактики элементы заменяются по мере их выхода из строя. Стоимость каждой замены равна K_1. При наличии профилактики каждые z часов производится плановая замена элемента, которая стоит $K_2(<K_1)$. Отыскивается частота z, при которой расходы в единицу времени минимальны. В дальнейшем [149] этот подход был использован для обоснования повышения стоимости элементов с улучшенными характеристиками надежности.

Профилактика элементов, а также и система одноразового использования рассматривалась в работах [71, 89, 115, 146]. Однако больший интерес представляют вопросы профилактики систем, состоящих из многих элементов, в которых только отказавшие элементы заменяются новыми. Некоторые соображения по этому вопросу имеются в статье [71]. Можно отыскивать оптимальное расписание для поочередной постановки машин на профилактику. Оказалось, что при весьма общих предположениях наиболее выгодно ставить машины на профилактику по очереди через равные интервалы времени. Интервал времени подбирается, исходя из максимума коэффициента использования системы.

Заслуживает внимание работа [86], в которой используются неравенства, связанные с полумартингалами, для отыскания оптимального момента остановки машины на профилактику.

К этой проблематике примыкают работы Е. Ю. Барзиловича [1, 2], в которых исследуется оптимальный метод профилактики автоматических резервированных систем.

Интересна постановка задачи, решенной в недавней работе Порта [132].

Имеется один основной и $r \geqslant 0$ невосстанавливаемых резервных элементов. Резервные элементы отказам не подвержены. Основной элемент может находиться в одном из трех состояний: 0 — состояние отказа, 1 — элемент исправен и выключен, 2 — элемент исправен и находится в нагруженном состоянии. Состояние основного элемента наблюдается в моменты времени 0, 1, 2, ... Если элемент неисправен и имеется в наличии резерв, мы можем принять решение включить резервный элемент; это займет случайное время X с дискретным распределением. Если элемент находится в состоянии 1 или 2, может быть принято решение о включении (выключении). Выключение происходит мгновенно; включение занимает единицу времени. При включении элемент может отказать с вероятностью $1-\alpha$. Наконец, находясь в состоянии 2, элемент за единицу времени может отказать с вероятностью $1-\beta$. Решается задача об оптимальном режиме работы в смысле максимазации вероятности того, что в фиксированный момент времени n элемент находится в состоянии 2. Автор составил рекуррентные уравнения динамического программирования, определяющие оптимальную процедуру. Эти уравнения легко реализуются в вычислительном отношении. Для случая, когда время переключения X постоянно, автору удалось решить эти уравнения в явном виде.

В современных сложных комплексах радиоэлектронного оборудования имеется серьезная опасность возникновения неявных отказов, выводящих систему из строя. Не всегда отказы сопровождаются потерей напряжения, дымом или другими внешними признаками. Ввиду особо важных функций систем приходится систематически проверять оборудование на его исправность путем пропуска тестов. Тест — это специально подобранный эталонный режим работы системы, результат которого известен заранее. Тесты могут иметь различную длительность и могут проверять работу конкретных отдельных функциональных блоков, ячеек или даже отдельных элементов. Конкретный вид тестов зависит от конструкции машины. Тесты являются той основой, на которой должно строиться автоматическое обнаружение неисправностей. Для каждой конкретной машины надо иметь целую систему различных тестов, проверяющих различные функции работы машины. Теорию тестов, основанную на понятиях математической логики, можно найти в работе [4]. Родственной группой вопросов являются проблемы, связанные с наиболее быстрыми и экономичными способами обнаружения возникающих неисправностей. Подробно эти вопросы изложены в статье [4]. Заметим, что время ремонта состоит из поиска и устранения неисправности. В работе [133] указывается, что время поиска неисправностей может быть приближено суперпозицией показательного и нормального распределений. Методам построения систем тестов, приводящих к скорейшему отысканию неисправностей, посвящены работы

[114, 151]. Родственные задачи рассмотрены в [72, 142]. Отметим также работу Л. А. Пчелинцева [47], где поиск неисправности рассматривается как поглощающая цепь Маркова.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Теория надежности находится в начальном периоде своего развития и поэтому перед ней стоит множество неотложных задач, требующих полноценного решения. Среди таких задач следует отметить хотя бы несколько. Некоторые из них носят в первую очередь физико-химический характер, другие же нуждаются в разработке собственно математических методов.

Хотя разработке методов расчета надежности сложных систем за последние годы было уделено очень большое внимание, здесь видна необходимость дальнейшей углубленной работы. Если мы взглянем на рекомендации, которые содержатся в существующих монографиях по теории надежности, то увидим, что постоянно явно или неявно предполагается независимость выхода из рабочего состояния отдельных узлов и элементов сложных систем. Систематическое исследование взаимозависимости элементов в работе еще не сделалось правилом. Далее в расчет надежности необходимо смелее внедрять различного рода асимптотические методы и результаты, поскольку для сложных систем точные формулы сложны и не позволяют делать выводов о тенденциях, свойственных устройствам при изменении тех или иных параметров. В последнее время доказан ряд асимптотических результатов, использующих или то обстоятельство, что безотказность элементов в течение заданного срока очень велика или же то, что восстановление устройства занимает ничтожно малое время по сравнению с длительностью безотказной работы (в среднем). То положение, что поток отказов близок к пуассоновскому для сложных систем, состоящих из высоконадежных элементов, в настоящее время общепринято. Теоретическим обоснованием для этого являются теоремы А. Я. Хинчина, Г. А. Ососкова, Б. И. Григелиониса и др. Однако нельзя забывать, что все эти теоремы основаны на предположении о независимости потоков отказов составляющих частей устройства. Необходимо распространить эти теоремы на случай взаимно зависимых слагаемых потоков. Если зависимость будет не слишком сильна, то в широких предположениях можно ожидать для суммарного потока также близости к пуассоновскому. Использование электронных вычислительных машин для расчета надежности заслуживает всестороннего и глубокого изучения. К сожалению, сейчас нередко исходят из гипотезы, что современные вычислительные средства освобождают исследователя от необходимости тщательного предварительного анализа стоящей перед ним задачи и что быстродействие машины в состоянии исправить недостатки программ расчетов или же схемы моделирования. На самом же деле, при моделировании работы сложных систем с очень надежными элементами для получения достоверных результатов необходимо большое время, если только не использовать специфику задачи и не использовать предварительно асимптотические разложения.

Методы расчета необходимого количества запасных частей (ЗИПа) для нормальной эксплуатации оборудования находятся в крайне запущенном состоянии. Существующие традиционные методы прикидки не отражают характерных особенностей этой задачи. Расчет проводится одинаково как при обеспечении запасными частями малых хозяйств, в которых находится две — три машины определенной марки, так и огромных хозяйств, содержащих сотни и тысячи одинаковых машин. Более того, эти же методы употребляются для расчета производства запасных частей в масштабах страны. В результате нередко получается так, что для отдельных машин выделяется излишнее количество запасных частей, а для ряда хозяйств не остается почти ничего. Если же учесть, что ЗИП зачастую рассчитывается и комплектуется не для всего изделия целиком, а для отдельных его компонент, то в результате одноименные запасные части выделяются многократно в количествах, намного превосходящих действительную потребность.

Испытания на надежность всегда будут составлять один из основных разделов теории надежности. В настоящее время хорошо разработаны планы испытаний для оценки интенсивности отказов в предположении экспоненциального закона отказов. Для других распределений, а также для одновременного оценивания нескольких параметров эта работа находится в зачаточном состоянии. Исключительный интерес представляет оценка функций от большого числа неизвестных параметров по опытным данным. К этой задаче сводится, в частности, оценка надежности системы по результатам испытаний ее компонент. В этом направлении имеются лишь некоторые результаты.

В связи с повышением надежности изделий, обычные методы испытаний наталкиваются на практически непреодолимые трудности, связанные с необходимостью осуществления чрезвычайно длительных испытаний и одновременно постановки на испытания большого числа образцов. Разработка физически обоснованных методов ускоренных испытаний должна считаться одной из первоочередных проблем. Ее решение не может быть достигнуто чисто математическим путем, а требует глубоких физико-химических исследований процесса старения и износа и связанных с ними изменений молекулярной (а быть может, и атомной) структуры вещества в зависимости от условий, в которых эксплуатируются изделия. Однако одних физико-химических исследований недостаточно; одновременно необходимо и построение количественных теорий этих процессов. Без полноценных математических моделей здесь не обойтись. Пока в указанном направлении сделано исключительно мало. Некоторые из опубликованных результатов требуют тщательной экспериментальной и теоретической проверки.

Трудная и совсем не разработанная проблема связана с испытаниями опытных образцов. Таких образцов очень мало, зачастую два-три. По ним нужно составить представление о всей массе изделий, которые появятся, если опытные образцы благополучно пройдут испытания. На испытания ложится большая ответственность, так как по количественно непредставительным испытаниям нужно давать заключения, от которых зависит как судьба изделий, так и судьба определенного дела. Опасность подстерегает с двух сторон: хорошая конструкция может быть забракована, поскольку испытывались некачественно изготовленные образцы; испытания были недостаточны, в результате чего были приняты к производству неудачные изделия. После передачи этих изделий в массовое производство народное хозяйство понесет непропорционально большие потери от внедрения в производство недоработанной конструкции. Практика знает неудачи каждого из только что указанных типов. Очевидно, что необходимо разработать такую методику испытаний, которая дала бы возможность использовать как прошлый опыт техники, так и результаты моделирования. Эта методика еще ожидает своего создания.

Само собой разумеется, что задачи поддержания надежности в процессе эксплуатации также требуют всестороннего развития. Мы не станем говорить об уже упоминавшихся в тексте вопросах оптимальной профилактики, оптимального поиска неисправностей, выбора рабочего режима. Здесь более или менее ясно, что еще нужно делать. Сейчас совсем не затронута разработка обоснованных методов прогноза неисправностей. Устройство еще работоспособно, оно удовлетворительно выполняет свои функции, но появляется повышенная опасность отказа. Как заранее уловить наступление этого момента и своевременно остановить эксплуатацию устройства, чтобы избежать аварии и связанной с ней крупной потери материальной или моральной.

Несомненно, что все или почти все вопросы теории надежности так или иначе связаны с экономическими факторами. Уже определение того, до каких пор целесообразно повышать надежность, не может быть осуществлено без выяснения экономической целесообразности дальнейшего повышения надежности. Сейчас появились интересные книги и статьи, посвященные оценке потерь, связанных с недостаточной долговечностью изделий. Эта работа проводится в разных аспектах: подсчет потерь от недостаточной производительности недолговечных изделий, подсчет потерь от необходимости содержать большой ремонтный штат рабочих, отвлекать станки и другие технические средства на производство ремонта и пр. Нам почти неизвестны исследования, в которых производилось бы изучение экономического эффекта от повышения надежности в других аспектах — безотказности, повышенной ремонтной технологичности, тщательной конструктивной отделки на стадии проектирования и т. п. Кстати добавим, что совсем нет исследований, посвященных выяснению экономического ущерба от недостаточно продуманных и небрежно осуществленных испытаний опытных образцов изделий. Понятно, что экономический анализ повышения надежности продукции также требует применения математических средств и разработки математических моделей.

Несомненно, что наш беглый обзор нерешенных проблем мог относиться лишь к направлениям исследований, а не к постановке конкретных задач. Эта последняя цель требует иной обстановки и будет сделана авторами в других работах. Если же говорить о чисто математических задачах теории надежности, то, помимо упомянутых вопросов математической статистики и предельных теорем для сумм случайных процессов, на первое место выдвигается развитие теории случайных процессов теории надежности, построение математических моделей процессов старения и износа и разработка теории схемной надежности.

Несомненно, что наметившееся в радиоэлектронике направление микроминиатюризации, должно выдвинуть на первый план разработку вопросов синтеза надежных структур из не очень надежных элементов, предназначенных для выполнения логических операций. Начало такого подхода содержится в известных работах Дж. фон Неймана, Мура и Шеннона.

БИБЛИОГРАФИЯ

1. **Барзилович Е. Ю.**, Некоторые случаи профилактического обслуживания систем с резервированием. В сб. Кибернетику на службу коммунизму. Т. 2, М.—Л., «Энергия», 1964, 148—153
2. —, Определение оптимальных сроков профилактических работ на автоматических системах. Изв. АН СССР. Техн. кибернетика, 1964, № 3, 38—45 (РЖМат, 1965, 2В295)
3. **Беляев Ю. К.**, Линейчатые марковские процессы и их приложение к задачам теории надежности. Тр. VI Всес. совещания по теории вероятностей и матем. статистике, 1960. Вильнюс. Гос. изд-во полит. и научн. лит. ЛитССР, 1962, 309—323 (РЖМат, 1964, 5В146)
4. —, Ушаков И. А., Математические модели для задач обнаружения и локализации неисправностей. В сб. Кибернетику на службу коммунизму. Т. 2, М.—Л., «Энергия», 1964, 159—178 (РЖМат, 1965, 5В91)
5. **Бронштейн О. И.**, О влиянии надежности обслуживающего устройства на показатели функционирования систем с ограниченным потоком требований. Автоматика и телемеханика, 1964, **25**, № 11, 1603—1607 (РЖМат, 1965, 5В284)
6. **Бруевич Н. Г.**, О надежности и точности автоматического производства. Изв. АН СССР, Отд. техн. н. Энерг. и автоматика, 1959, № 4, 59—78 (РЖМат, 1960, 14236)
7. **Бусленко Н. П.**, Математическое моделирование производственных процессов на вычислительных машинах. (При участии З. И. Шарагиной), М., «Наука», 1964. 362 стр.
8. —, К теории сложных систем. Изв. АН СССР. Техн. кибернетика, 1963, № 5, 7—18 (РЖМат, 1964, 6В257)
9. **Вальд А.**, Последовательный анализ. Изд. ин. лит., 1960
10. **Васильев Б. В.**, Козлов Б. А., Ткаченко Л. Г., Надежность и эффективность радиоэлектронных устройств. М. «Сов. Радио», 1964, 368 стр.
11. **Володин И. Н.**, Проверка статистических гипотез о типе распределения по малым выборкам. В сб. Итог. Научн. конференция Казанск. ун-та за 1963 г. Секц. матем., кибернет. и теория вероятн., механ., Казань, 1964, 59—61 (РЖМат, 1965, 5В64)
12. **Гнеденко Б. В.**, О ненагруженном дублировании. Изв. АН СССР, Техн. кибернетика, 1964, № 4, 3—12 (РЖМат, 1965, 2В291)
13. —, О дублировании с восстановлением. Изв. АН СССР, Техн. кибернетика, 1964, № 5, 111—118 (РЖМат, 1965, 4В141)
14. **Григелионис Б.**, Об асимптотическом разложении остаточного члена в случае сходимости к закону Пуассона. Liet. matem. rinkinys, Лит. матем. сб., 1962, **2**, № 1, 35—48
15. —, О сходимости сумм ступенчатых случайных процессов к пуассоновскому. Теория вероятностей и ее применения, 1963, **8**, № 2, 189—194 (РЖМат, 1964, 1В36)
16. —, Предельные теоремы для сумм процессов восстановления. В сб. Кибернетику на службу коммунизму. Т. 2. М.—Л., «Энергия», 1964, 246—266
17. **Дружинин Г. В.**, Зависимость эффективности резервирования от времени работы системы. Изв. АН СССР, Отд. техн. н., 1958, № 11, 83—86 (РЖМат, 1959, 11420)
18. —, О числе участков резервирования. Автоматика и телемеханика, 1958, **19**, № 11, 1062—1065
19. —, Предсказание сохранности элементов и систем автоматики при векторных определяющих параметрах. Изв. АН СССР, Отд. техн. н. Энерг. и автоматика, 1961, № 2, 165—170

20. **Зубова А. Ф.**, О холодном дублировании с восстановлением при любом законе распределения потока отказов и времени восстановления. Изв. АН СССР, Техн. кибернетика, 1964, № 5, 107—110
21. **Ивницкий В. А.**, Об одной задаче теории резервирования с переключением. В сб. Кибернетику на службу коммунизму. Т. 2, М.—Л., «Энергия», 1964, 153—159 (РЖМат, 1965, 5В95)
22. **Келдыш М. В.**, Доклад на Всесоюзном совещании научных работников в Кремле. «Правда», 13 июня 1961
23. **Клямко Э. И.**, О повышении надежности вычислительных машин методом дублирования оборудования с восстановлением резерва. Изв. АН СССР, Отд. техн. н. Энерг. и автоматика, 1960, № 3, 73—77
24. **Коваленко И. Н.**, О восстановлении аддитивного типа распределения по последовательности серий независимых случайных наблюдений. Тр. Всес. совещания по теории вероятностей и матем. статистике, 1958, Ереван, АН АрмССР, 1960, 148—159 (РЖМат, 1963, 12В193)
25. —, Об условии независимости вероятностей состояний системы обслуживания от вида распределения времени обслуживания. В сб. Пробл. передачи информ. Вып. 11, М., АН СССР, 1962, 147—151 (РЖМат, 1963, 7В377)
26. —, Некоторые вопросы теории надежности сложных систем. В сб. Кибернетику на службу коммунизму. Т. 2, М. — Л., «Энергия», 1964, 194—205 (РЖМат, 1965, 6В44)
27. —, О некоторых классах сложных систем. I. Изв. АН СССР, Техн. кибернетика, 1964, № 6, 3—9
28. —, О некоторых классах сложных систем. II. Изв. АН СССР. Техн. кибернетика, 1965, № 2,
29. **Колмогоров А. Н.**, Несмещенные оценки. Изв. АН СССР. Сер. матем., 1950, **14**, № 4, 303—326
30. **Коуден Д.**, Статистические методы контроля качества. Перев. с англ. М., Физматгиз, 1961, 623 стр. (РЖМат, 1962, 8В139)
31. **Крамер Г.**, Математические методы статистики. Изд. ин. лит., 1948
32. **Левин Б. Р.**, О повышении надежности систем путем резервирования. Электросвязь, 1957, № 11, 65—72
33. —, Некоторые вопросы теоретического анализа надежности радиоэлектронного оборудования. Радиотехника, 1959, **14**, № 6, 52—62 (РЖМат, 1960, 14237)
34. —, Ушаков И. А., Некоторые аспекты современного состояния проблемы надежности. Радиотехника, 1964, **20**, № 4, 3—20
35. **Левитин С. М.**, Нелокальные и шумовые параметры как показатели постоянного ухудшения ламповых характеристик. В сб. Надежность радиоэлектронной аппаратуры. Изд-во «Сов. Радио», М., 1958
36. **Ллойд Д. К.**, Липов М., Надежность, организация исследования методы, математический аппарат. Перев. с англ., М., «Сов. радио», 1964, 686 стр.
37. **Марьянович Т. П.**, Обобщение формул Эрлинга на случай, когда приборы могут выходить из строя и восстанавливаться. Укр. матем. ж., 1960, **12**, № 3, 279—286 (РЖМат, 1961, 7В187)
38. —, Надійність системи при наявості резерву. Доповіді АН УССР, 1961, № 7, 850—853 (РЖМат, 1962, 5В119)
39. —, Надійність системи зі смішанним резервом. Доповіді АН УССР, 1961, № 8, 994—997 (РЖМат, 1962, 5В120)
40. **Мирный Р. А.**, Соловьев А. Д., Оценка надежности системы по результатам испытаний ее компонент. В сб. Кибернетику на службу коммунизму. Т. 2. М. — Л., «Энергия», 1964, 213—218 (РЖМат, 1965, 5В100)
41. **Морозов И. И.**, Надежность работы элементов радиоэлектронной аппаратуры. Радиоэлектронная промышленность, 1958, № 3, 3—16

42. Набор стандартов статистического контроля. Ин-т матем. и механ. АН УзССР, Ташкент, 1960
43. **Ососков Г. А.**, Одна предельная теорема для потоков однородных событий. Теория вероятностей и ее применения, 1958, 1, № 2, 274—282 (РЖМат, 1957, 8044)
44. **Погожев И. Б.**, Оценка отклонений потока отказов в аппаратуре многоразового использования от пуассоновского потока. В сб. Кибернетику на службу коммунизму. Т. 2. М. — Л., «Энергия», 1964, 228—246 (РЖМат, 1965, 6В117)
45. **Пославский О. Ф.**, Надежность радиотехнической аппаратуры. Радиоэлектронная промышленность, 1958, № 1, 3—19
46. —, Сохранения надежности радиоэлектронной аппаратуры при ее эксплуатации. Радиоэлектронная промышленность, 1958, № 5, 65—83
47. **Пчелинцев Л. А.**, Поиск неисправности как поглощающая марковская цепь. Изв. АН СССР, Техн. кибернетика, 1964, № 6, 23—26 (РЖМат, 1965, 4В142)
48. **Севастьянов Б. А.**, Эргодическая теорема для марковских процессов и ее приложение к телефонным системам с отказами. Теория вероятностей и ее применения, 1957, 2, № 1, 106—116 (РЖМат, 1958, 7970)
49. **Синица М. А.**, Выигрыш в надежности при резервировании замещением. Электросвязь, 1958, № 4
50. —, Методы резервирования радиоаппаратуры. Электросвязь, 1958, № 7
51. —, Резервирование радиоэлектронной аппаратуры, Радиоэлектронная промышленность, 1958, № 5, 10—65
52. —, К вопросам резервирования радиоэлектронной аппаратуры. Изд. «Сов. Радио», 1960
53. **Сифоров В. И.**, О методах расчета надежности систем, содержащих большое число элементов. Изв. АН СССР, Отд. техн. н., 1954, № 6, 3—12
54. **Смит В. Л.**, Теория восстановления и смежные с ней вопросы. Математика, Период. сб. перев. ин. статей, 1961, 5, № 3, 95—150 (РЖМат, 1962, 1В43)
55. **Смолицкий Х. Л.**, Чукреев П. А., О сравнении надежности систем при поэлементном и общем резервировании. Изв. АН СССР, Отд. техн. н. Энерг. и автоматика, 1959, № 3, 176—178 (РЖМат, 1961, 1В152)
56. —, —, К вопросу об оптимальном резервировании аппаратуры. Изв. АН СССР, Отд. техн. н. Энерг. и автоматика, 1959, № 4, 79—85 (РЖМат, 1960, 14234)
57. **Соловьев А. Д.**, О резервировании без восстановления. В сб. Кибернетику на службу коммунизму, Т. 2, М. — Л., «Энергия», 1964, 83—121
58. —, Асимптотическое распределение времени жизни дублированного элемента. Изв. АН СССР, Техн. кибернетика, 1964, № 5, 119—121 (РЖМат, 1965, 6В114)
59. Теория надежности в области радиоэлектроники. Общие понятия. Отказы. Резервирование. Параметры. Испытания. Терминология. М., АН СССР, 1962, 48 стр.
60. **Томко И.**, Однолинейная система массового обслуживания с учетом ненадежности прибора. Тр. матем. ин-та АН Венгрии, сер. А, 1964, 9, № 1—2, 61—72
61. **Феллер В.**, Введение в теорию вероятностей и ее приложения. 2-е изд. Перев. с англ. М., «Мир», 1964, 498 стр. (РЖМат, 1965, 3В37 К)
62. **Франкен П.** Уточнение предельной теоремы для суперпозиций независимых процессов восстановления. Теория вероятностей и ее применения. 1963, 8, № 3, 341—349 (РЖМат, 1964, 4В24)

63. **Хинчин А. Я.**, Математические методы теории массового обслуживания. Тр. Матем. ин-та АН СССР, 1955, **49**, 122 (РЖМат, 1957, 5032)
64. **Чегис И.**, Яблонский С., Теория тестов. Тр. Матем. ин-та АН СССР, 1959, **51**,
65. **Шор Я. Б.**, Статистические методы анализа и контроля качества и надежности. М., «Сов. Радио», 1962, 552 стр.
66. **Aitchison J.**, Brown J. A. C., The lognormal distribution with special reference to its uses in economics. Cambridge, Univ. Press, 1957, xviii, 176 pp. (РЖМат, 1958, 614 К)
67. **Allen W. K.**, Tick L. I., Woodbury M. A., Some mathematical and statistical techniques useful in reliability analysis. Proc. 4th Nat. Sympos. Reliabil. and Qual. Control Electron. (Washington, D. C., 1958). New York, N. Y., Inst. Radio Engrs, 1958, 63—68.
68. **Aroian L. A.**, Myers R. H., Redundancy considerations in space and satellite systems. Proc. 7th Nat. Sympos. Reliabil. and Qual. Control Electron., Philadelphia, Pa, 1961, S. 1., s. a., 292—301 (РЖМат, 1962, 8В112)
69. **Arrow K. J.**, Optimal capital policy, the cost of capital, and myopic decision rules. Ann. Inst. Statist. Math., 1964, **16**, № 1—2, 21—30 (РЖМат, 1965, 7В119)
70. **Barlow R.**, Hunter L. C., System efficiency and reliability. IRE Nat. Convent. Rec., 1959, **7**, № 6, 104—109
71. —, —, Optimum preventive maintenance policies. Operat. Res., 1960, **8**. № 1, 90—100.
72. —, —, Proschan F., Optimum checking procedures. Proc. 7th Nat. Sympos. Reliabil. and Qual. Control Electron., Philadelphia, Pa, 1961, S., 1, s. a., 485—495 (РЖМат, 1962, 8В98)
73. **Basu A. P.**, Estimates of reliability for some distributions useful in life testing. Technometrics, 1964, **6**, № 2, 215—219 (РЖМат, 1965, 4В138)
74. **Bazovsky I.**, Reliability: theory and practice. S. l., Prentice-Hall, Internat. Inc., 1962, 292 pp. Русский перевод см. Базовский, Теория и практика надежности, М., ИЛ, 1964
75. **Bellman R.**, Dreyfus S., Dynamic programming and the reliability of multicomponent devices. Operat. Res., 1958, **6**, № 2, 200—206 (РЖМат, 1959, 7265)
76. **Bláck G.**, Proschan F., Spare part kits at minimum cost. Proc. 5th. Nat. Sypmos. Reliabil. and Qual. Control Electron, Philadelphia Pa, New York, N. Y., Inst. Radio Engrs, 1959, 281—295 (РЖМат, 1960, 10690)
77. **Bosinoff I.**, Design goal for reliability. Proc. 7th Nat. Sympos. Reliabil. and Qual. Control Electron., Philadelphia, Pa, 1961. S. l., s. a., 340—343 (РЖМат, 1962, 9В82)
78. **Calabro S. R.**, Reliability principles and practices. New York, McGraw-Hill Book Co., 1962, 371 pp. (РЖМат, 1964, 1В173 К)
79. **Chin J. H. S.**, Circuit redundancy. IRE Nat. Convent. Rec., 1959, **7**, № 6, 44—50, Русский перевод см. сб. Проблемы надежности радиоэлектронной аппаратуры, М., Оборонгиз, 1960, стр. 23—30
80. **Chorafas D. N.**, Statistical processes and reliability engineering. Princeton, N. J. — Toronto — London — New York. D. Van Nostrand Co. Inc., 1960, xiv, 438 (РЖМат, 1961, 8В205 К)
81. **Clement L. M.**, The program on reliability of electronic equipment. IRE Trans. Reliabil. and Qual. Control., 1959, **3**, February, 1—9

82. **Cox D. R.**, The analysis of non-Markovian stochastic processes by the inclusion of supplementary variables. Proc. Cambridge Philos. Soc., 1955, 51, № 3, 433—441 (РЖМат, 1956, 6749)
83. —, A renewal problem with bulk ordering of components. J. Royal Statist. Soc., 1959, **B21**, № 1, 180—189
84. —, Renewal theory. Methuen's monographs on applied probability and statistics. London, Methuen and Co., New York, John Wiley and Sons, Inc., 1962, ix, 142 (РЖМат, 1963, 10В119 К)
85. **Davis H. M.**, Report on a reliability program for an analog computer. Proc. 5th Nat. Sympos. Reliabil. and Qual. Control Electron. (1959, Philadelphia, Pa), New York. N. Y., Inst. Radio Engrs, 1959, 79—82. Русский перевод см. сб. Проблемы надежности радиоэлектронной аппаратуры, М., Оборонгиз, 1960, стр. 233—237
86. **Derman C.**, Sacks J., Replacement of periodically inspected equipment: (an optimal optional stopping rule). Naval. Res. Logist. Quart., 1960, 7, № 4, 597—607 (РЖМат, 1962, 8В97)
87. **Dodge H. F.**, Romig H. G., Sampling inspection tables. John Wiley, 1959, 2-nd edition
88. **Dorn W. S.**, On Lagrange multipliers and inequalities. Operat. Res., 1961, **9**, № 1, 95—104 (РЖМат, 1961, 12Б270)
89. **Drenick R. F.**, Mathematical aspects of the reliability problem. J. Soc. Industr. and Appl. Math., 1960, **8**, № 1, 125—149 (РЖМат, 1961, 9В224)
90. **Dvorétzky A.**, Kiefer J., Wolfowitz J., Sequential decision problems for processes with continuous time parameter. Testing Hypotheses. Ann. Math. Statistics, 1953, **24**, № 2, 254—264 (РЖМат, 1955, 3323)
91. **Endicott H. S.**, Zoellner J. A., A preliminary investigation of the steady and progressive stress testing of mica capacitors. Proc. 7th Nat. Sympos. Reliabil. and Qual. Control Electron., Philadelphia, Pa, 1961, S. l., s. a., 229—240 (РЖМат, 1962, 8В96)
92. **Epstein B.**, Sobel M., Life testing. J. Amer. Statist. Assoc., 1953, **48**, № 263, 486—502 (РЖМат, 1956, 7527)
93. —, Tests for the validity of the assumption that the underlying distribution of life is exponential. Part 1, Technometrics, 1960, 2, № 1, 83—101 (РЖМат, 1961, 11В61)
94. —, Tests for the validity of the assumption that the underlying distribution of life is exponential. Part 2. Technometrics, 1960, 2, № 2, 167—183 (РЖМат, 1962, 2В149)
95. —, Statistical developments in life testing. Proc. 3rd Nat. Sympos. Reliabil. and Qual. Control Electron. Washington, D. C., 1957, New York, N. Y., Inst. Radio Engrs, 1960, 106—112
96. —, Hosford J., Reliability of some two unit redundant systems. Proc. 6th Nat. Sympos. Reliabil. and Qual. Control Electron. (Washington. D. C., 1960). New York, N. Y., Inst. Radio Engrs, Inc., 1960, 469—476
97. **Feyerherm M. P.**, Basic reliability considerations in electronics. Proc. 5th Nat. Sympos. Reliabil. and Qual. Control Electron (1959, Philadelphia, Pa). New York, N. Y., Inst. Radio Engrs, 1959, 119—125. Русский перевод см. сб. Проблемы надежности радиоэлектронной аппаратуры, М., Оборонгиз, 1960, стр. 141—153
98. **Friddell H. G.**, Jachs H. G., System operational effectiveness (reliability performance, maintainability). Proc. 5th Nat. Sympos. Reliabil. and Qual. Control Electron. (1959, Philadelphia, Pa). New York, N. Y., Inst. Radio Engrs, 1959, 179—196. Русский перевод

см. сб. Проблемы надежности радиоэлектронной аппаратуры, М., Оборонгиз, 1960, стр. 109—131
99. **Gayver D.**, Time to failure and availability of paralleled systems. with repoir. IEEE, Trans. reliabil., 1963, 12, № 2
100. **Gerrand F.**, Rasmussen H. S., Self-correction in large-scale digital computers. Proc. 7 th Nat. Sympos. Reliabil. and Qual. Control Electron., Philadelphia, Pa, 1961, S. l., s. a., 351—360 (РЖМат, 1963, 10B399)
101. **Goetz M.**, Johnson R. H., Economically optimum receiving inspection. Proc. 5 th Nat. Sympos. Reliabil. and Qual. Control. Electron., Philadelphia, Pa, New York, N. Y., Inst. Radio Engrs, 1959, 230—234 (РЖМат, 1962, 1B102). Русский перевод см. Проблемы надежности радиоэлектронной аппаратуры, М., Оборонгиз, 1960, стр. 90—96
102. **Gold R. Z.**, Berger A., On comparing survival times. Fourth Berkeley Symposium on Math. Statistics and Probability, 1960, 4, 67—76
103. **Goldthwaite L. R.**, Failure rate study for the lognormal lifetime model. Proc. 7th Nat. Sympos. Reliabil. and Qual. Control Electron., Philadelphia, Pa, 1961. S. l., s. a., 208—213 (РЖМат, 1962, 8B106)
104. **Gordon R.**, Optimum component redendancy for maximum system reliability. Operat. Res., 1957, 5, № 2, 229—243
105. **Gupta Shanti S.**, Life test sampling plans for normal and lognormal distributions. Technometrics, 1962, 4, № 2, 151—175 (РЖМат, 1963, 7B200)
106. —, Groll P. S., Gamma distribution in acceptance sampling based on life tests. J. Amer. Statist. Assoc., 1961, 56, № 296, 942—970 (РЖМат, 1962, 9B74)
107. **Hallowell H. T.**, Industry in new age must stress quality. Machine Design, December, 1957, 30 pp.
108. **Hanson D. L.**, Koopmans L. H., Tolerance limits for the class of distributions with increasing hasard rates. Ann. Math. Statist., 1964, 35, № 4, 1561—1570 (РЖМат, 1965, 8B65)
109. **Hellerman L.**, Racite M. P., Reliability techniques for electronic circuit design. IRE Trans., Reliabil. and Qual. Control. 1958, 14, September, 9—16
110. **Herd G. R.**, Some statistical concepts and techniques for reliability analysis and prediction. Proc. 5 th Nat. Sympos. Reliabil. and Qual. Control Electron (1959, Philadelphia, Pa). New York, N. Y., Inst. Radio Engrs, 1959, 126—136 (РЖМат, 1960, 8120). Русский перевод см. сб. Проблемы надежности радиоэлектронной аппаратуры, М., Оборонгиз, 1960, стр. 71—89
111. —, Estimation of reliability from incopmlete data. Proc. 6 th Nat. Sympos. Reliabil. and Qual. Control Electron (Washington, D. C., 1960) New York, N. Y., Inst. Radio Engrs, Inc., 1960, 202—217
112. **Hopkinson K.**, Reliable valves and their performance in service equipments. Proc. 5 th Nat. Sympos. Reliabil. and Qual. Control Electron (1959, Philadelphia, Pa). New York, N. Y., Inst. Radio Engrs, 1959, 251—264. Русский перевод см. сб. Проблемы надежности радиоэлектронной аппаратуры, М., Оборонгиз, 1960, стр. 284—307
113. **Hosford J. E.**, Measures of dependability. Operat. Res., 1960, 8, № 1, 53—64 (РЖМат, 1961, 8B182)
114. **Johnson R. A.**, An information theory approach to diagnosis. Proc. 6 th Nat. Sympos. Reliabil. and Qual. Control Electron (Washington, D. C., 1960), New York, N. Y., Inst. Radio Engrs, Inc., 1960, 102—109
115. **Kalbach T. F.**, Effect of preventive maintenance on reliability. Proc. 6 th Nat. Sympos. Reliabil. and Qual. Control Electron (Wa-

shington, D. C., 1960). New York, N. Y., Inst. Radio Engrs., Inc., 1960, 484—488
116. **Kao J. H. K.**, Computer methods for estimating Weibull parameters in reliability studies. IRE Trans., Reliabil. and Qual. Control, 1958, № 13, 15—22 (РЖМат, 1960, 1970)
117. **Kendall D. G.**, Geometric ergodicity and the treory of queues. Math. Methods Soc. Sci., 1959, Stanford, Calif. Univ. Press, 1960, 176—195 (РЖМат, 1961, 12В30)
118. **Knight G. B.**, Tervis E. R., Herd E. R., The definition of fernu of interest in the study of reliability. IRE Trans., Reliabil. and Qual. Control, 1955, 5, April, 34 p.
119. **Laha R. G.**, On a problem connected with beta and gamma distributions. Trans. Amer. Math. Soc., 1964, **113**, № 2, 287—298 (РЖМат, 1965, 5В15)
120. **Lehmann E. L.**, Testing statistical hypotheses. New York, John Wiley and Sons, Inc.; London, Chapman and Hall, Ltd, 1959, xiv, 369 (РЖМат, 1962, 5В72 К); Леман Э. Проверка статистических гипотез. Перев. с англ, М., „Наука", 1964, 498 стр. 1 р. 49 к.
121. **Levenbach G. T.**, Accelerated life testing of capacitors. IRE Trans. Reliabil. and Qual. Control, 1957, **10**, June, 9—20
122. **Lipow M.**, Eidemiller R. L., Application of the bivariate normal distribution to a stress vs strength problem in reliability analysis. Technometrics, 1964, **6**, № 3, 325—328 (РЖМат, 1965, 4В140)
123. **Lloyd D. K.**, Lipow M., Reliability: management, methods and mathematics. Englewood Cliffs. N. J., Prentice Hall, 1962, xiii, 528 pp. (РЖМат, 1964, 1В175 К)
124. **Luchak G.**, The continuous time solution of the equations of the single channel queue with a general class of servicetime distributions by the method of generating functions. J. Roy. Statist. Soc., 1958, **B20**, № 11, 176—181 (РЖМат, 1961, 9В214)
125. **Mendenhall W.**, A bibliography on life testing and related topices. Biometrika, 1958, **45**, № 3-4, 521—543 (РЖМат, 1960, 2069)
126. —, Negative moments and the evaluation of reliability. Proc. 6th Nat. Sympos. Reliabil. and Qual. Control Electron (Washington, D. C., 1960). New York, N. Y., Inst. Radio Engrs, Inc., 1960, 218—223
127. **Mercer A.**, Some simple wear-dependent renewal processes. J. Roy. Statist. Soc., 1961, **B23**, 368—376 (РЖМат, 1962, 8В99)
128. **Morrison D. F.**, David H. A., The life distribution and reliability of a system with spare components. Ann. Math. Statistics, 1960, **31**, 1084—1094 (РЖМат, 1961, 10В187)
129. —, Requirements for achieving reliability of the Minuteman misseleborne electronic equipment. Proc. 5th Nat. Sympos. Reliabil. and Qual. Control Electron (1959, Philadelphia, Pa). New York, N. Y., Inst. Radio Engrs, 1959, 224—232
130. **Palm C.**, Intensitätsschwankungen im Fernsprechverkehr. Ericsson Techniks, 1943, Bd. 44, S. 1—189
131. **Philipson L. L.**, Operational reliability model for a reconnaissance system. IRE Nat. Convent. Rec., 1959, 7, № 6, 79—88. Русский перевод см. сб. Проблемы надежности радиоэлектронной аппаратуры, М., Оборонгиз, 1960, стр. 31—45
132. **Port S. C.**, Optimal procedures for the installation of a unit subject to stochastic failures. J. Math. Analysis and Applic., 1964, **9**, № 3, 491—497 (РЖМат, 1965, 7В38)
133. **Rohn W. B.**, Reliability prediction for complex system. Proc. 5th Nat. Sympos. Reliabil. and Qual. Control Electron (1959, Philadelphia, Pa). New York, N. Y., Inst. Radio Engrs, 1959, 381—388,

(РЖМат, 1962, 1В293). Русский перевод см. сб. Проблемы надежности радиоэлектронной аппаратуры, М., Оборонгиз, 1960, стр. 46—66
134. **Romig H. G.**, New technique for quality assurance in military spaces. Proc. 6 th Nat. Sympos. Reliabil. and Qual. Control Electron (Washington, D. C., 1960). New York, N. Y., Inst. Radio Engrs, Inc., 1960, 12—30
135. **Rosner N.**, System analysis — nonlinear estimation techniques. Proc. 7th Nat. Sympos. Reliabil. and Qual. Control Electron. Philadelphia, Pa, 1961, S. l., s. a., 203—207 (РЖМат, 1962, 8В105)
136. **Ryerson C. M.**, Reliability testing theory based on the Poisson distribution. Proc. 4 th Nat. Sympos. Reliabil. and Qual. Control Electron (Washington, D. C., 1958). New York, N. Y., Inst. Radio Engrs, 1958, 3—18. Русский перевод см. сб. Вопросы надежности радиоэлектронной аппаратуры, изд. „Советское Радио", 1959, стр. 16—34
137. —, The reliability and quality control field from its inception to the present. Proc. IRE, 1962, **50**, № 5, 1321—1338 (РЖМат, 1963, 2В139)
138. **Saaty T. L.**, Elements of queueing theory with applications. New York, McGraw-Hill Book Co., 1961, 423 pp. (РЖМат, 1965, 5В212 К)
139. Sampling inspection, Statistical Research Group of Colombia University, McGraw-Hill, 1948
140. Sampling procedures and tables for life and reliability testing (Based on Exponential Distribution), Washington Gov. print. off., 1960, 1—86
141. Sampling procedures and tables for life and reliability testing base-on the Weibull distribution (Mean life criterion). Washington Govd print. off., 1961
142. **Saudler G. H.**, Maximum inspection efficiency by linear programming. Proc. 5 th Nat. Sympos. Reliabil. and Qual. Control Electron (1959, Philadelphia, Pa). New York, N. Y., Inst. Radio Engrs, 1959. Русский перевод см. сб. Проблемы надежности радиоэлектронной аппаратуры, М., Оборонгиз, 1960, стр. 174—180
143. **Stacy E. W.**, A generalisation of the gamma distribution. Ann. Math. Statistics, 1962, **33**, № 3, 1187—1192 (РЖМат, 1964, 2В9)
144. **Stokes R. G.**, Results of a test of reliability prediction technique, and development of a correlation factor for field vs. laboratory reliability measurement. Proc. 5 th Nat. Sympos. Reliabil. and Qual. Control Electron (1959, Philadelphia, Pa). New York, N. Y., Inst. Radio Engrs, 1959, 333—342. Русский перевод см. сб. Проблемы надежности радиоэлектронной аппаратуры, М., Оборонгиз, 1960, стр. 269—283
145. **Thurman W. T.**, Addres to the 5 th National Symposium on Reliability and Quality Control. IRE Trans. Reliabil. and Qual. Control, 1959, **16**, June, 1—6
146. **Truelove A. J.**, Strategic reliability and preventive maintenance. Operat. Res., 1961, **9**, № 1, 22—29 (РЖМат, 1961, 12В164)
147. **Vander Hamm R. L.**, AN/ARS—58 reliability programm case history. Proc. 5 th Nat. Sympos. Reliabil. and Qual. Control Electron (1959, Philadelphia, Pa). New York, N. Y., Inst. Radio Engrs, 1959, 83—88. Русский перевод см. сб. Проблемы надежности радиоэлектронной аппаратуры, М., Оборонгиз, 1960, стр. 238—248
148. **Welker E. L.**, Relationship between equipment reliability, preventive maintenance policy and operating cost. Proc. 5 th Nat. Sympos. Reliabil. and Qual. Control Electron (1959, Philadelphia, Pa). New York, N. Y., Inst. Radio Engrs, 1959, 270—280 (РЖМат, 1960, 14225)

149. —, Bradley C. E., The dollar value of improved reliability. Proc. 7 th Nat. Sympos. Reliabil. and Control Electron., Philadelphia, Pa, 1961, S. l., s. a., 323—339 (РЖМат, 1962, 10В293)
150. **Wiesen J. M.,** Mathematics of reliability. Proc. 6 th Nat. Sympos Reliabil. and Qual. Control Electron (Washington, D. C., 1960). New York, N. Y., Inst. Radio Engrs, Inc., 1960, 110—120
151. **Winter B. B.,** Optimal diagnostic procedures. IRE Trans. Reliabil. and Qual. Control, 1960, **9**, № 3, 13—19 (РЖМат, 1961, 10В188)
152. **Wong K. L.,** A powerful tool for reliability engineering — the method of Lagrange multipliers. Proc. 7 th Nat. Sympos. Reliabil. and Qual. Control Electron., Philadelphia, Pa, 1961, S. l., s. a., 513—518 (РЖМат, 1962, 9В77)
153. **Zelen M.,** Dannemiller M. C., The robustness of life testing procedures derived from the exponential distribution. Technometrics-1961, **3**, № 1, 29—49 (РЖМат, 1962, 2В147)

Дополнение при корректуре

154. **Гнеденко Б. В.,** Беляев Ю. К., Соловьев А. Д., Математические методы в теории надежности, М.. „Наука“, 1965, 524 стр.
155. **Barlow R.,** Proschan F., Mathematical theory of reliability. J. Wiley & Sons, New Yerk, London, Sydney, 1965, 256 p.